Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu
Nr 40/2012

Jędrzej Musiał
Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu

Rozszerzony problem optymalizacji zakupów internetowych

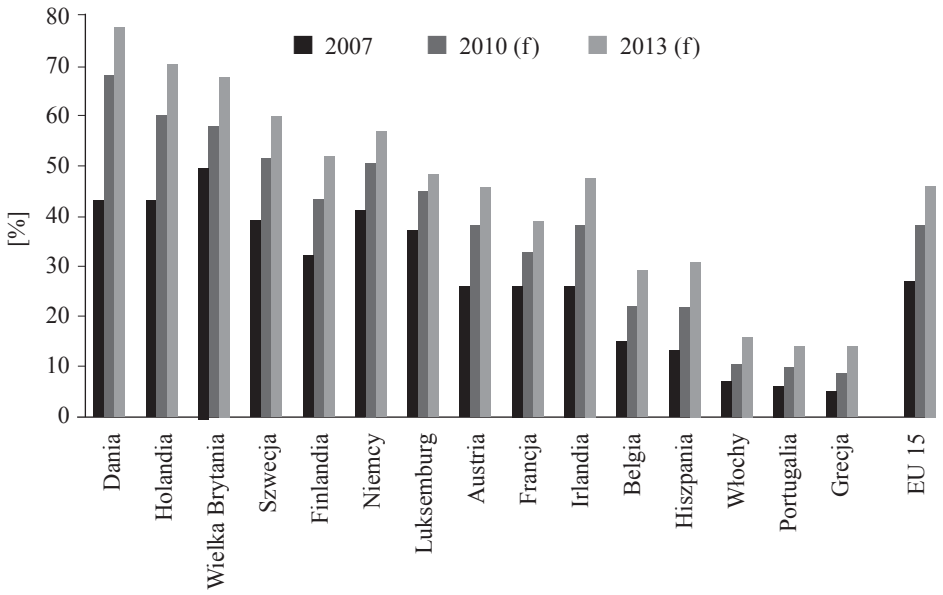
Streszczenie. *Problem optymalizacji zakupów internetowych (ISOP) dotyczy odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób klient powinien dokonać zakupów określonych produktów spośród oferty sklepów internetowych. Z każdym sklepem i produktem związana jest oferta, a także możliwe jest zdefiniowanie dodatkowych wartości, jak np. koszt wysyłki (który może, ale nie musi być wartością stałą) czy funkcja określająca rabaty na zakup w danym sklepie. W pracy podano podstawową definicję problemu ISOP, a także zaprezentowano różne rozszerzenia tego problemu. Opisano zdefiniowany algorytm heurystyczny, a przeprowadzone badania eksperymentalne zostały skomentowane. Praca kończy się krótką dyskusją i propozycjami przyszłych badań.*

Słowa kluczowe: *zakupy internetowe, optymalizacja,* e-commerce*, ISOP, algorytmy*

1. Rozwój środowiska handlu elektronicznego

Bardzo ważnym aspektem informatyki w ostatnich latach jest rozwój sieci Internet. Liczba witryn internetowych nieustannie wzrasta. Jedną z przyczyn jest bez wątpienia ciągły wzrost liczby osób mających dostęp do sieci. Przez ostatnią dekadę wzrost wartości był stały i gwałtowny. Według najnowszych danych statystycznych[1] 32,7% (2267 milionów) mieszkańców świata ma dostęp do Internetu. Największa penetracji usługi jest zauważalna w Ameryce Północnej i wynosi 78,6%. Kolejnymi regionami (w kolejności malejącej) są: Australia i Oceania (67,5%), Europa (61,3%), Ameryka Południowa (39,5%), Bliski Wschód (35,6%), Azja (26,2%) i Afryka (13,5%). Najważniejszy jest fakt dynamicznego

[1] *Internet World Stats*, Internet Usage Statistics 2011, www.internetworldstats.com/stats.htm [19.05.2012].



Rys. 1. Odsetek klientów sklepów online

Ź r ó d ł o: *E-commerce across Europe – progress and prospects 2008*, The Future Fundation, London 2008.

wzrostu wskaźnika penetracji. W ostatnich 11 latach (2000-2011) wzrost liczby osób uzyskujących dostęp do Internetu wyniósł 528,1%, z liczby 360 mln użytkowników w roku 2000 do 2267 mln osób pod koniec roku 2011.

Główny Urząd Statystyczny[2] informuje, że poziom penetracji dostępu do sieci Internet w Polsce wynosi 57% (7,1 mln osób). Inne źródła, na podstawie wyników przeprowadzonych badań ankietowych, donoszą o wartości na poziomie 50%. Różnice mogą wynikać z innej metodologii czy szczegółowości przeprowadzonych badań, ewentualnie ze sposobu formułowania pytań ankietowych.

Warto zauważyć, jak ogromną wartość przedstawia rynek *e-commerce*, który jest ściśle powiązany z liczbą użytkowników uzyskujących dostęp do Internetu, jak i witryn *webowych*. Badania przeprowadzone w Stanach Zjednoczonych[3] pokazują, że wartość rynku *e-commerce* wzrosła z 7,4 mld dolarów w połowie 2000 r. do 34,7 mld w 2007 r.

Jednym z ważnych elementów rynku gospodarki elektronicznej są zakupy internetowe. Według prowadzonych badań[4] do 2013 r. prawie połowa mieszkańców

[2] *Główny Urząd Statystyczny*, 2010, www.stat.gov.pl/gus [10.10.2011].

[3] *Pew Internet & American Life Project*, On-line Shopping 2008, www.pewinternet.org/Reports/2008/Online-Shopping.aspx [20.05.2012].

[4] *E-commerce across Europe – progress and prospects 2008*, The Future Foundation, London 2008.

Europy ma dokonywać zakupów w sklepach internetowych. W 2006 r. notowano 26% odsetek klientów mających dostęp do Internetu (rys. 1).

2. Sklepy internetowe i porównywarki cen

Korzystanie z oferty sklepów internetowych/aukcji internetowych ma wiele zalet w porównaniu do zakupu w tradycyjnych sklepach. Najważniejszymi mogą być niższe ceny[5] i możliwość zakupów z bardzo odległych miejsc[6]. Należy jednak zauważyć, że zakupy związane są z dodatkowym kosztem wysyłki. Trzeba również brać pod uwagę konieczność poświęcenia czasu na znalezienie interesującej nas oferty. Zdarza się również, że przez stronę internetową nie można jednoznacznie określić, czy dane dwa produkty są identyczne. Szukanie najlepszej oferty znacznie ułatwiają serwisy umożliwiające porównywanie cen, tzw. porównywarki cen.

Porównywarki cen to serwisy internetowe oferujące stworzenie list rankingowych ofert na dany produkt. Konkurencyjność oferentów ma powodować obniżenie cen produktu, podobnie jak można to zaobserwować w przypadku aukcji internetowych. Na prezentowanej liście rankingowej znajdą się oferty sklepów (tych, które mają podpisane umowy z właścicielami serwisu) mających w ofercie szukany produkt. Warto zauważyć, że witryny oferujące porównywanie cen są obecnie bardzo popularne. Według zestawienia prezentowanego przez portal Alexa Rank[7] najbardziej znane porównywarki cen znajdują się na liście 1000 najpopularniejszych (o największej liczbie dziennych odwiedzin) witryn na świecie: nextag.com – 472. miejsce, shopping.com – 582. miejsce, bizrate.com – 821. miejsce.

Czynnikiem motywującym autora do rozpoczęcia pracy było zauważenie ułomności funkcjonalnej serwisów porównujących ceny produktów. Ich największą wadą jest możliwość porównania ceny tylko jednego produktu w danym momencie. Jeśli mamy zamiar kupić wiele produktów (np. książek, płyt audio itd.), otrzymujemy dużo oddzielnych list rankingowych. Zakupienie wszystkich żądanych produktów w najniższej sumarycznej cenie okazuje się zadaniem bardzo trudnym.

Załóżmy, że mamy do kupienia pewną ilość produktów w dostępnych sklepach. Każdy ze sklepów oferuje dany produkt (dla łatwości obliczeń i zasadności działania algorytmu można przyjąć, że oferta na produkt niedostępny w danym

[5] R. Hof, *More ways to price-shop online*, „BusinessWeek" 2003, nr 14(3851).

[6] W. Chu, B. Choi, M.R. Song, *The role of on-line retailer brand and infomediary reputation in increasing consumer purchase intention*, „International Journal of Electronic Commerce" 2005, nr 9, s. 115-127.

[7] *Alexa Rank*, www.alexa.com [20.08.2011].

sklepie jest nieproporcjonalnie wysoka – cena wielokrotnie wyższa niż w innych sklepach). Z każdym ze sklepów związany jest koszt wysyłki. Koszt wysyłki jest stały dla każdego sklepu, niezależnie od ilości zamawianych produktów.

Zadaniem jest dokonanie możliwie najtańszego zakupu wszystkich produktów spośród ofert wszystkich sklepów.

3. Problem optymalizacji zakupów internetowych

Zagadnienie optymalizacji zakupów internetowych to nowy problem zdefiniowany niedawno przez autora i innych (*Internet Shopping Optimization Problem* – ISOP)[8]. Zostało udowodnione, że problem należy do klasy problemów NP-trudnych[9]. Zaprezentowano również algorytm zachłanny[10], który uzyskiwał bardzo dobrą jakość wyników (kontra rozwiązanie optymalne), działając w bardzo krótkim czasie przy niewielkiej złożoności obliczeniowej.

Notacja używana w niniejszej pracy opisana jest następująco:

$N = \{1, \ldots, n\}$ – zbiór sklepów internetowych,

$M = \{1, \ldots, m\}$ – zbiór produktów do zakupienia,

d_i – koszt wysyłki wszystkich produktów zakupionych w sklepie i,

p_{ij} – podstawowa cena produktu j w sklepie i. $p_{ij} = p_j$, jeżeli cena produktu j jest taka sama we wszystkich sklepach,

N_i – podzbiór produktów zbioru N w sklepie i, $N_i \subseteq N$,

M_j – podzbiór sklepów zbioru M, w których można kupić produkt j, $M_j \subseteq M$,

S_i – podzbiór produktów wybranych przez klienta (algorytm) do zakupienia w sklepie i,

$N = \bigcup_{i=1}^{m} S_i$ oraz $S_i \bigcap S_j = \varnothing$, $i \neq j$, dla możliwego rozwiązania,

$T_i(S_i) = d_i + \sum_{j \in S_i} p_{ij}$ – łączny koszt dostawy i zakupów dokonanych w sklepie i za produkty $S_i \subseteq N_i$, jeżeli nie ma żadnych niejasności, notację S_i można pominąć w zapisie $T_i(S_i)$, używając T_i.

Problem optymalizacji zakupów internetowych można zapisać w postaci matematycznej jako:

---

[8] J. Blazewicz, M.Y. Kovalyov, J. Musial, A.P. Urbanski, A. Wojciechowski, *Internet shopping optimization problem*, „Applied Mathematics and Computer Science" 2010, nr 20(2), s. 385-390.

[9] M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP--Completeness*, Freeman, New York 1979.

[10] J. Musiał, *Problem optymalizacji zakupu wielu produktów w sklepach internetowych. Propozycja algorytmu heurystycznego*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego" 2010, nr 597, s. 585-592.

$$\min \sum_{i=1}^{m} \left(d_i y_i + \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij} \right)$$

$$p.\,o. \sum_{i \in M_j} x_{ij} = 1, \; j = 1, \ldots, n,$$

$$0 \le x_{ij} \le y_i, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n,$$
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n.$$

3.1. Stałe koszty wysyłki, brak rabatów

Weźmy pod uwagę najprostszą odmianę problemu ISOP. Cel optymalizacji nie ulega zmianie i zadaniem jest dokonanie zakupów wybranych produktów spośród dostępnej oferty sklepów. Istotna jest ogólna kwota, którą należy zapłacić za produkty, i poszczególne koszty wysyłki. Warto natomiast zauważyć, że koszty wysyłki są wartością stałą dla każdego ze sklepów i nie ulegają zmianie podczas przygotowywania listy zakupów (kwota zakupów czy ilość zakupionych przedmiotów w danym sklepie nie wpływa na zmianę wartości atrybutu). Dla danego sklepu nie są również naliczane żadne dodatkowe rabaty, które wpływałyby na zmianę cen w zależności od wielkości atrybutu rabat (ten by się zmieniał dynamicznie w stosunku do wartości zakupów dokonanych w jednym sklepie).

Tak zaprezentowaną wersję problemu ISOP można zredukować do znanego problemu *Facility Location Problem* (FLP). Głównymi charakterystykami FLP są przestrzeń, w której się poruszamy, miara, z góry ustalone pozycje klientów i z góry określone możliwe pozycje otwarcia fabryk. Tradycyjna wersja problemu FLP polega na otwarciu (wskazaniu miejsc) dowolnej liczby fabryk w dowolnym miejscu w dostępnej przestrzeni (wersja ciągła problemu) lub spośród lokalizacji wskazanych w definicji (wersja dyskretna). Następnie należy przydzielić wszystkich klientów do fabryk, w taki sposób, aby suma kosztów połączeń (przesyłu) między wszystkimi klientami i fabrykami, plus suma kosztów związanych z otwarciem zakładów, była najmniejsza.

Można zauważyć redukcję do problemu FLP, jeżeli produkty zapiszemy jako klientów, a sklepy jako fabryki. Ceny produktów opiszemy jako odległość między fabrykami a klientami (między sklepami a produktami). Natomiast koszt wysyłki oznaczymy jako koszt otwarcia fabryk. Problem FLP jest bardzo szeroko opisywany w literaturze[11].

[11] H. Eiselt, C.L. Sandblom, *Decision analysis, location models, and scheduling problems*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 2004; C. Iyigun, A. Ben-Israel, *A generalized Weiszfeld method for the multi-facility location problem*, „Operations Research Letters" 2010, nr 38(3), s. 207-214;

Algorytmów do rozwiązania tej wersji problemu ISOP można szukać w programowaniu liniowym, relaksacjach Lagrange'a, relaksacjach w programowaniu liniowym, algorytmach genetycznych, podejściu opartym na teorii grafów, a także w metodzie *Tabu Search*[12].

Niestety, ze względu na określoną wartość odległości od danej fabryki do klienta (odległość nie może się zmieniać podczas dokonywania optymalizacji/obliczeń) redukcji można dokonać tylko z bardzo specyficznej wersji (subproblem) problemu ISOP, w której nie są zawarte żadne dodatkowe atrybuty, opisane w kolejnych rozdziałach.

3.2. Stałe koszty wysyłki i rabaty

W tym punkcie opisany zostanie przypadek, gdy dodatkowe atrybuty powodują zmianę problemu na tyle, że niemożliwe staje się zredukowanie choćby do wspomnianego wcześniej FLP. Zakłada się, że (chwilowo, dla ułatwienia definicji) koszt wysyłki jest stały dla każdego sklepu i niezależnie od ilości zakupionych produktów czy kwoty przeznaczonej na zakupy nie ulega zmianie. Drugim atrybutem, który w istotny sposób zmienia charakterystykę problemu, jest zdefiniowanie funkcji określającej rabaty obowiązujące dla sklepów. System rabatowy jest powszechnie stosowaną metodą pozyskiwania klientów bądź utrzymania dotychczasowych. Powoduje, że atrakcyjność sklepu wzrasta. Często spotykaną praktyką jest określenie wysokości rabatu w stosunku do kwoty wydanej na zakupy, przykładowo: „Zrób zakupy na kwotę 100 zł, a uzyskasz 2% rabatu, jeśli wydasz 200 zł, uzyskasz 4% rabatu, jeśli Twoje zamówienie przekroczy wartość 500 zł, przyznamy Ci 5% rabatu". Oczywiście rzędy wielkości, przedziały i wielkości rabatów są ustalane odrębnie przez danego sprzedającego, nie panują w tej materii żadne z góry ustalone zasady.

Zapis i notację zaprezentowaną na początku pracy należy rozwinąć o:

$f_i(T)$ – funkcję określającą rabaty dla sklepów, w których zostały dokonane zakupy.

Problem optymalizacji zakupów internetowych, w których występują rabaty, możemy zatem opisać w postaci matematycznej jako:

J. Krarup, D. Pisinger, F. Plastria, *Discrete location problems with push-pull objectives*, „Discrete Applied Mathematics" 2002, nr 123(1-3), s. 363-378; M.T. Melo, S. Nickel, F.S. da Gama, *Facility location and supply chain management – a review*, „European Journal of Operational Research" 2009, nr 196(2), s. 401-412; C.S. Revelle, H.A. Eiselt, M.S. Daskin, *A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science*, „European Journal of Operational Research" 2008, nr 184(3), s. 817-848.

[12] C.S. Revelle, H.A. Eiselt, M.S. Daskin, op. cit.

$$\min \sum_{i=1}^{m} f_i \left(d_i y_i + \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij} \right)$$

$$p.\,o. \sum_{i \in M_j} x_{ij} = 1, \; j = 1, \ldots, n,$$

$$0 \le x_{ij} \le y_i, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n,$$
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n.$$

Funkcja określająca rabaty może być dowolnie skonstruowana i wyglądać np.:

$$f_i(d_i + P) = \begin{cases} d_i + P, & \text{jeżeli } 0 < P \le 50, \\ d_i + 50 + 0{,}95(P - 50), & \text{jeżeli } P > 50. \end{cases}$$

3.3. Zmienne koszty wysyłki

Opisywane wcześniej rozszerzenia problemu optymalizacji zakupów internetowych zawierały stały koszt wysyłki bez względu na inne atrybuty i ich wartości. Niniejszy rozdział zawiera krótki opis i charakterystykę problemu, w którym mamy do czynienia ze zmiennymi kosztami wysyłki. Taka definicja jest zainspirowana przez obserwacje działalności realnych sklepów i sprzedaży *online* na rynku *e-commerce*. Często można zauważyć, że koszt wysyłki jest uzależniony od kwoty, jaką chcemy przeznaczyć na zakupy w danym sklepie (z takiej formy korzystają np. największe sieci handlowe *online* w Polsce). Im wyższą kwotę wydamy na zakupy, tym mniejszy będzie koszt dostawy. Czasami przy osiągnięciu danego progu wysyłka jest darmowa. Z marketingowego punktu widzenia dla sprzedawców jest to doskonałe posunięcie. Marża na wielu produktach jest naprawdę wysoka i sprzedawca woli zaoferować klientowi darmową dostawę, uzyskując przy tym dużo większą sprzedaż. Jako klienci działamy naturalnie w taki sposób, że nie lubimy płacić za usługę dostawy, a za przedmioty, które otrzymamy. Wiele osób decyduje się zatem kupić większą niż planowana początkowo liczbę przedmiotów (czasami takich, których nie miały zamiaru kupić) za znacznie wyższą łączną kwotę, tak aby nie dopłacać za wysyłkę towarów.

Poniżej przedstawiono notację matematyczną problemu ze zmiennym kosztem wysyłki i bez funkcji określającej rabaty:

$P = \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij}$ – wartość zakupów dokonanych w sklepie i,

$d_i(P)$ – funkcja określająca koszty wysyłki z danego sklepu, obliczana na podstawie wartości zakupów dokonanych w tym sklepie.

Problem optymalizacji zakupów internetowych, w których występują rabaty, można zatem opisać w postaci matematycznej jako:

$$\min \sum_{i=1}^{m} \left(d_i \left(\sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij} \right) y_i + \sum_{j \in N_i} p_{ij} x_{ij} \right)$$

$$p.\,o. \sum_{i \in M_j} x_{ij} = 1, \; j = 1, \ldots, n,$$

$$0 \le x_{ij} \le y_i, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n.$$

Funkcja określająca koszty wysyłki może być dowolnie skonstruowana i mieć np. postać:

$$d_i(P) = \begin{cases} 20, & \text{jeżeli} \quad P < 100, \\ 10, & \text{jeżeli} \quad 100 \le P < 200, \\ 0, & \text{jeżeli} \quad P \ge 200. \end{cases}$$

4. Algorytmy heurystyczne rozwiązujące problemy ISOP z dodatkowymi charakterystykami

W jednej z wcześniejszych prac autora[13] opisano wyniki eksperymentalnych testów przeprowadzonych przy użyciu autorskiego algorytmu heurystycznego do rozwiązania problemu ISOP ze stałym kosztem wysyłki i bez funkcji rabatowej. Wyniki badań przedstawia tabela 1. Dokonano „zakupu" 10 produktów spośród ofert kolejno: 10, 20, 30, 40, 50 sklepów. Ponadto przedstawiono pomiary dla różnych przedziałów kosztów wysyłki. Łącznie dokonano ponad 1200 pomiarów.

Każdy test (dla zadanych danych, jak liczba sklepów, koszty wysyłki) przeprowadzono 50-krotnie, a następnie dokonano uśrednienia wyników. Wielokrotne przeprowadzanie testów pozwoliło zapobiec sytuacji pojawienia się wartości odbiegających, granicznych. Wyniki działania algorytmu A2OZ porównano z wynikami otrzymanymi przy zastosowaniu algorytmów porównywarek cen (zebranie wszystkich otrzymanych list rankingowych i sumowanie kosztów pojedynczych, najtańszych produktów) (PCS) oraz z wynikami obliczonymi przez porównywarki cen biorące pod uwagę koszty wysyłki (PCS+) (tab. 1).

Godny odnotowania jest fakt, że w każdym przypadku algorytm heurystyczny zaproponował lepsze rozwiązanie. Sumaryczny koszt koszyka zakupów (wszystkie produkty) dla algorytmu heurystycznego jest niższy od 2 do prawie 35%!

[13] J. Musiał, op. cit., s. 585-592.

Tabela 1. Wyniki otrzymane podczas działania algorytmów PCS, PCS+, A2OZ

Liczba sklepów	Liczba produktów	Wysyłka	PCS	PCS+	A2OZ
10	10	15-30	408	360	349
20	10	15-30	422	346	329
30	10	15-30	424	347	326
40	10	15-30	429	355	319
50	10	15-30	440	360	328
10	10	20-25	400	372	343
20	10	20-25	426	392	347
30	10	20-25	439	406	343
40	10	20-25	434	406	339
50	10	20-25	443	412	345
10	10	10-20	347	326	320
20	10	10-20	366	325	311
30	10	10-20	380	328	313
40	10	10-20	369	324	301
50	10	10-20	373	330	308
10	10	15-15	357	357	327
20	10	15-15	365	365	320
30	10	15-15	381	381	334
40	10	15-15	370	370	319
50	10	15-15	375	375	318

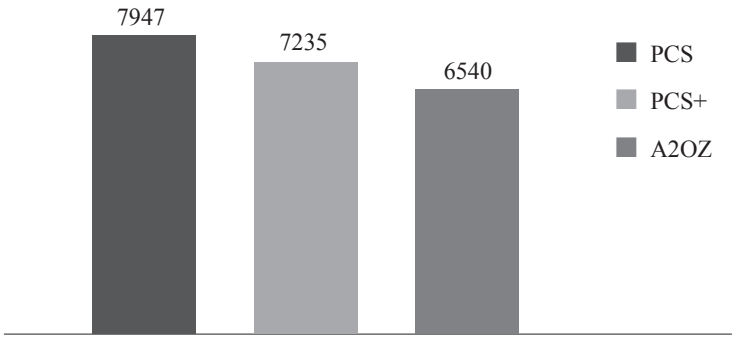
Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Analizując powyższe wyniki eksperymentów, można stwierdzić, że średnio algorytm A2OZ proponuje rozwiązanie o 21,8% tańsze niż rozwiązanie proponowane przez porównywarkę cen i o 11,4% tańsze niż rozwiązanie prezentowane przez porównywarkę cen analizującą koszty wysyłki.

Czas wykonania algorytmu heurystycznego nigdy nie przekroczył 2 sekund, działając *online* w środowisku rzeczywistym (aplikacja internetowa połączona z serwerem bazy danych).

Dla zobrazowania kosztów poniesionych na zakupy (sumując wszystkie wiersze tabeli) wyniki pracy algorytmów zaprezentowano na wykresie (rys. 1).

Do przeprowadzenia testów użyto algorytmu A2OZ i porównano wyniki z działaniem algorytmów PCS (porównywarka cen), PCS+ (ulepszony algorytm porównywarki cen, analizujący również koszty wysyłki) i wartością optymalna Opt. (tab. 2). Kolumny PCS, PCS+ i G opisują koszty zakupu produktów (dla każdej



Rys. 2. Koszty poniesione przy wykorzystaniu algorytmów PCS, PCS+, A2OZ

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Tabela 2. Wyniki eksperymentu przeprowadzonego dla instancji problemu zawierających funkcję rabatową

Liczba sklepów	Liczba produktów	PCS	PCS+	G	Opt	G/PCS	G/PCS+	G/Opt
10	2	491,0	333,4	308,4	302,3	0,628	0,925	1,020
10	3	754,3	513,7	470,9	461,2	0,624	0,917	1,021
10	4	979,0	680,0	584,2	579,0	0,597	0,859	1,009
10	5	1304,3	905,2	676,6	663,8	0,519	0,747	1,019
15	2	561,9	378,9	346,6	334,0	0,617	0,915	1,038
15	3	865,0	487,3	430,1	421,3	0,497	0,883	1,021
15	4	987,6	675,0	556,2	541,3	0,563	0,824	1,028
15	5	1317,6	709,1	663,2	650,0	0,503	0,935	1,020
20	2	581,0	350,8	319,8	313,8	0,550	0,912	1,019
20	3	859,0	451,3	426,8	420,8	0,497	0,946	1,014
20	4	983,0	491,3	441,1	432,5	0,449	0,898	1,020
20	5	1325,4	765,8	630,9	615,7	0,476	0,824	1,025
25	2	583,0	305,2	274,9	271,3	0,472	0,901	1,013
25	3	781,9	487,0	390,3	382,3	0,499	0,801	1,021
25	4	1044,8	725,0	554,5	538,7	0,531	0,765	1,029
25	5	1142,8	765,2	675,3	652,6	0,591	0,883	1,035
30	2	579,0	302,4	278,7	269,4	0,481	0,922	1,035
30	3	818,5	512,5	472,3	456,0	0,577	0,921	1,036
30	4	949,4	590,8	484,6	472,5	0,510	0,820	1,026
30	5	1381,0	744,4	687,8	667,1	0,498	0,924	1,031

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

instancji problemu dokonano dziesięciokrotnego pomiaru). W trzech ostatnich kolumnach dokonano oceny jakości algorytmu A2OZ (oznaczonego w tabeli jako G) względem rozwiązań proponowanych przez porównywarki cen, jak i rozwiązania optymalnego. Model środowiska testowego zaczerpnięto z pracy C.S. Revelle i in.[14]

5. Podsumowanie

Problem optymalizacji zakupów internetowych (ISOP) jest nowym, bardzo interesującym zagadnieniem, nie tylko z matematycznego punktu widzenia, ale również istotnym w aspekcie ewentualnego wdrożenia w aplikacjach *online* działających na rynku *e-commerce*, zwłaszcza biorąc pod uwagę ciągły wzrost liczby osób dokonujących zakupów przez Internet.

Rozwijanie problemu o kolejne charakterystyki pozwala na jeszcze lepsze dopasowanie jego materii do realiów panujących na rynku handlu elektronicznego.

Kolejna praca z pewnością skupiona będzie na opracowaniu nowych, wydajniejszych (proponujących lepsze wyniki przy zachowaniu dużej szybkości obliczeń) algorytmów heurystycznych, a także na podjęciu próby konstrukcji efektywnego czasowo algorytmu dokładnego.

Literatura

Alexa Rank, http://www.alexa.com [20.08.2011].

Blazewicz J., Kovalyov M.Y., Musial J., Urbanski A.P., Wojciechowski A., *Internet shopping optimization problem*, „Applied Mathematics and Computer Science" 2010, nr 20(2), s. 385-390.

Chu W., Choi B., Song M.R., *The role of on-line retailer brand and infomediary reputation in increasing consumer purchase intention*, „International Journal of Electronic Commerce" 2005, nr 9, s. 115-127.

E-commerce across Europe – progress and prospects 2008, The Future Foundation, London 2008.

Eiselt H., Sandblom C.L., *Decision analysis, location models, and scheduling problems*, Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg 2004.

Garey M.R., Johnson D.S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, New York 1979.

Główny Urząd Statystyczny, 2010, www.stat.gov.pl/gus [10.10.2011].

Hof R., *More ways to price-shop online*, „BusinessWeek" 2003, nr 14(3851).

Internet World Stats, Internet Usage Statistics 2011, www.internetworldstats.com/stats.htm [19.05.2012].

Iyigun C., Ben-Israel A., *A generalized Weiszfeld method for the multi-facility location problem*, „Operations Research Letters" 2010, nr 38(3), s. 207-214.

Krarup J., Pisinger D., Plastria F., *Discrete location problems with push-pull objectives*, „Discrete Applied Mathematics" 2002, nr 123(1-3), s. 363-378.

[14] C.S. Revelle i in., op. cit.

Melo M.T., Nickel S., da Gama F.S., *Facility location and supply chain management – a review*, „European Journal of Operational Research" 2009, nr 196(2), s. 401-412.

Musiał J., *Problem optymalizacji zakupu wielu produktów w sklepach internetowych. Propozycja algorytmu heurystycznego*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego" 2010, nr 597, s. 585-592.

Pew Internet & American Life Project, On-line Shopping 2008, www.pewinternet.org/Reports/2008/Online-Shopping.aspx [20.05.2012].

Revelle C.S., Eiselt H.A., Daskin M.S., *A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science*, „European Journal of Operational Research" 2008, nr 184(3), s. 817-848.