Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu
Nr 2(34)/2013

Mirosław Dytczak
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza,
Kraków

Grzegorz Ginda
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza,
Kraków

Idea obiektów wzorcowych DAHP w wycenie nieruchomości

Streszczenie. Elastyczność procedur szacowania nieruchomości sprawia, że uprawnieni rzeczoznawcy szeroko wykorzystują przy wycenie nieruchomości doświadczenie wynikające z wycen zrealizowanych w przeszłości. Dokonują tego, rozpatrując cechy wycenianych nieruchomości w kontekście znanych im wycen. Muszą przy tym właściwie uwzględnić cechy trudno mierzalne nieruchomości. Dla ułatwienia oceny takich cech przy uwzględnieniu doświadczenia rzeczoznawcy zaproponowano zastosowanie wielowzorcowej AHP. Przedstawiony przykład obliczeniowy potwierdza jej zalety.

Słowa kluczowe: nieruchomość, wycena, wiarygodność, trudnomierzalność, doświadczenie, wielowzorcowa AHP

Wstęp

Proces wyceny nieruchomości został uregulowany prawnie. Istniejące regulacje wymagają uwzględnienia w trakcie wyceny nieruchomości wszystkich czynników wpływających na wartość nieruchomości. Wycena nieruchomości wiąże się więc z uwzględnianiem szeregu kryteriów o zróżnicowanym charakterze. Cześć z nich ma trudno mierzalny charakter. Przy ich uwzględnianiu rzeczoznawcy posługują się na ogół jedynie intuicją i własnym doświadczeniem. Takie podejście do wyceny może budzić uzasadnione obawy o jej rzetelność,

wynikające z możliwości manipulacji. W celu obiektywizacji wpływu czynników trudno mierzalnych warto więc wykorzystać powszechnie dostępne narzędzia wielokryterialnej analizy decyzji.

Analiza hierarchiczna/sieciowa procesów AHP/ANP[1] stanowi jedno z najbardziej popularnych narzędzi wielokryterialnego wspomagania decyzji. Oprócz prostoty reguł przetwarzania informacji jej interesującą cechą jest możliwość uwzględniania wpływu informacji o trudno mierzalnym charakterze na równi z informacją (łatwo) mierzalną. Służy temu mechanizm porównań parami elementów modelu rozważanego zagadnienia, który wykorzystuje porządkową, 9-stopniową skalę ocen dostępną w różnej postaci[2].

W swej tradycyjnej formie AHP/ANP nadaje się znakomicie do wspomagania decyzji w przypadku, gdy porównania parami obiektów nie wymagają odniesienia do konkretnych obiektów rzeczywistych. W praktycznych przypadkach pojawia się jednak konieczność uwzględnienia kontekstowego charakteru dostępnej informacji. Wycena nieruchomości stanowi także jeden z takich przypadków. Rzeczoznawca wyceniający nieruchomość siłą rzeczy odnosi się bowiem za pośrednictwem doświadczenia do cech innych nieruchomości, znanych mu i zwykle związanych z wycenami historycznymi. Można więc w tym przypadku mówić o wykorzystywaniu przez rzeczoznawcę nieruchomości wzorcowych.

Okazuje się, że dzięki pomysłowi E. Kinoshity i M. Nakanishiego[3] można pogodzić mechanizmy tradycyjnej wersji metody AHP/ANP z wymogiem stosowania obiektów wzorcowych. Służy temu zaproponowana przez nich modyfikacja metody, którą nazwali *Dominant AHP* (DAHP). Jej charakter usprawiedliwia zastosowanie do określenia metody polskiej nazwy **wzorcowa analiza hierarchiczna procesów**. Wzorcowe obiekty wykorzystywane w wielokryterialnej ocenie obiektów określa się w specyfikacji metody jako *regulatory alternatives*. W języku polskim bardziej trafne wydaje się zastosowanie terminu obiekt wzorcowy lub po prostu wzorzec.

Niniejsza praca stanowi kontynuację pracy Dytczaka i innych[4]. Szczegóły mechanizmów obliczeniowych stosowanych w DAHP przedstawiono w następnym

---

[1] T.L. Saaty, *Analytic Analytic Hierarchy Process. Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, McGraw Hill, New York 1980; T.L. Saaty, *Analytic Network Process. Decision making with feedback*, RWS Publishing, Pittsburgh 1996.

[2] M. Dytczak, *Wybrane metody rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych w budownictwie*, Wyd. Politechniki Opolskiej, Opole 2010.

[3] E. Kinoshita, M. Nakanishi, *Proposal of new AHP model in light of dominant relationship among alternatives*, „Journal of Operations Research Society of Japan" 1999, No. 42(2), s. 180-197; E. Kinoshita, K. Sekitani, J. Shi, *Mathematical properties of Dominant AHP and Concurrent Convergence Method*, „Journal of the Operations Research Society of Japan" 2002, No. 45(2), s. 198-213.

[4] M. Dytczak, G. Ginda, M. Szpringier, *Wieloatrybutowa wycena wartości nieruchomości z uwzględnieniem czynników trudno mierzalnych*, „Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu" 2009, nr 11(11), s. 275-293.

punkcie. Zasady stosowania metody zilustrowano przykładem obliczeniowym związanym z wyceną nieruchomości. Ostatni punkt poświęcono podsumowaniu i wnioskom.

1. Wzorcowa AHP

Zasadniczym elementem DAHP odróżniającym ją od tradycyjnej metody AHP/ANP jest dokonywanie oceny znaczenia lub wpływu elementów modelu rozważanego zagadnienia w kontekście określonych obiektów o znanych cechach – obiektów wzorcowych. W przypadku gdy mamy do czynienia z wieloma obiektami wzorcowymi, metodę DAHP określa się w języku angielskim mianem *multiple dominant analytic hierarchy process* (MDAHP). Postępując konsekwentnie w stosunku do zaproponowanego wcześniej nazewnictwa, metodę MDAHP należałoby określić mianem wielowzorcowej analizy hierarchicznej procesów.

1.1. Jednowzorcowa DAHP

Prezentację mechanizmów obliczeniowych metody rozpocznijmy od jej jednowzorcowego wariantu. W przypadku zastosowania K kryteriów oceny obiektów ogólną preferencję v_i i-tego kolejnego obiektu, spośród n obiektów – wariantów decyzji określa równanie:

$$\overline{v}_i = \sum_{k=1}^{K} v_{ik} \,, \tag{1}$$

w którym v_{ik} oznacza ocenę i-tej nieruchomości z uwagi na k-te kryterium ($k = 1, 2, ..., K$).

Procedura obliczeniowa DAHP wygląda następująco:

1. Określenie cząstkowego względnego znaczenia poszczególnych ocenianych obiektów ($i = 1, 2, ..., n$) z uwagi na kolejne kryteria:

$$u_{ik} = \alpha_k v_{ik}, \tag{2}$$

gdzie wartości parametrów α_k są zwykle przyjmowane jako równe 1.

2. Wybór obiektu wzorcowego d. Na jego podstawie wyznacza się cząstkową relatywną ocenę $u_{ik}^{(d)}$ i-tego kolejnego obiektu z uwagi na k-te kryterium:

$$u_{ik}^{(d)} = \frac{u_{ik}}{u_{dk}} \,, \tag{3}$$

gdzie u_{dk} wyraża cząstkową ocenę obiektu wzorcowego zgodnie z k-tym kryterium.

3. Określenie znormalizowanych wag znaczenia $w_k^{(d)}$ kryteriów w kontekście obiektu wzorcowego d:

$$\sum_{k=1}^{K} w_k^{(d)} = 1. \tag{4}$$

4. Wyznaczenie ogólnej preferencji t_i dla poszczególnych obiektów (i = 1, 2, …, n) według zależności:

$$t_i = \sum_{k=1}^{K} w_k^{(d)} u_{ik}^{(d)}. \tag{5}$$

Ogólne preferencje obiektów można wyrazić dzięki zastosowaniu macierzy **A'**, której kolejne wiersze odpowiadają kolejnym obiektom (i = 1, 2, …, n), kolumny zaś – kolejnym kryteriom oceny (k = 1, 2, …, K):

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1K} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \dots & u_{nK} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Odnosząc cząstkowe oceny obiektów do odpowiednich cząstkowych ocen obiektu wzorcowego d:

$$\overline{a}'^{(d)}_{ik} = \frac{a'_{ik}}{a'_{dk}} = u_{ik}^{(d)}, \tag{7}$$

uzyskujemy zmodyfikowaną macierz:

$$\mathbf{A}'^{(d)} = \begin{bmatrix} u_{11}^{(d)} & u_{12}^{(d)} & \dots & u_{1K}^{(d)} \\ u_{21}^{(d)} & u_{22}^{(d)} & \dots & u_{2K}^{(d)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1}^{(d)} & u_{n2}^{(d)} & \dots & u_{nK}^{(d)} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Operację wyznaczania ogólnych preferencji obiektów można wtedy wyrazić zależnością:

$$\mathbf{T} = \overline{\mathbf{A}}'^{(d)} \mathbf{w}^{(d)}, \tag{9}$$

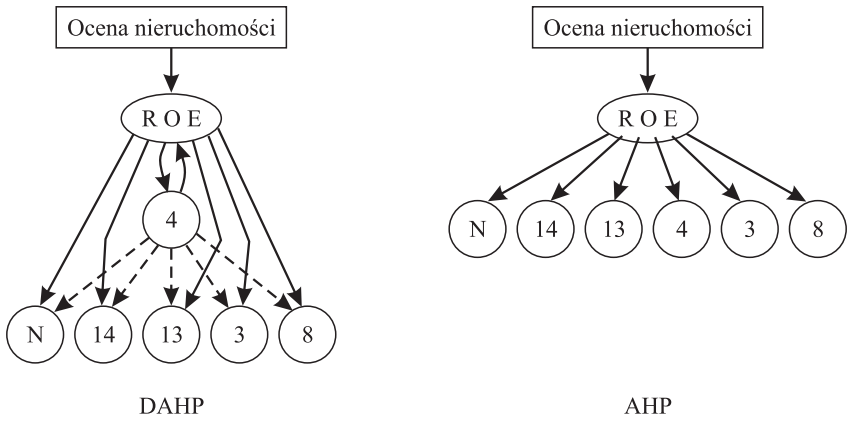
w której $\mathbf{w}^{(d)}$ oznacza wektor znormalizowanych wag określających znaczenie poszczególnych kryteriów oceny obiektów:

$$\mathbf{w}^{(d)} = \left[w_1^{(d)} \quad w_2^{(d)} \quad \ldots \quad w_K^{(d)} \right]^{\mathrm{T}}. \tag{10}$$

Warto przy tym zauważyć jednostkowy charakter zarówno cząstkowych, jak i ogólnej preferencji obiektu wzorcowego. Preferencje pozostałych obiektów, otrzymane na podstawie preferencji obiektu wzorcowego, zyskują w rezultacie charakter względny – odniesiony do obiektu wzorcowego.

Różnice między jednowzorcową DAHP a tradycyjną AHP/ANP można streścić następująco:

1. Do wyznaczania cząstkowych rankingów obiektów nie jest konieczne stosowanie metody AHP/ANP.
2. Zarówno cząstkowe, jak i ogólne preferencje obiektów mają charakter relatywny – odniesiony do odpowiednich preferencji obiektu wzorcowego.
3. Znaczenie kryteriów oceny jest ustalane w kontekście obiektu wzorcowego.



Rys. 1. Ilustracja różnic między jednowzorcową DAHP a AHP/ANP

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Powyższe różnice ilustruje rysunek 1. Dotyczy on zagadnienia ogólnej oceny nieruchomości. Symbol ROE wykorzystany na rysunku wyraża 3 kryteria oceny nieruchomości. Oceniane nieruchomości oznaczono symbolami N, 14, 13, 4, 3, 8 w nawiązaniu do poprzedniej pracy[5]. Nieruchomością wzorcową jest

[5] M. Dytczak, G. Ginda, M. Szpringier, op. cit.

nieruchomość 4. Ciągłą linią grubą wyróżniono przy tym bezpośredni wpływ elementów obliczeniowego modelu przykładowego problemu decyzyjnego. Linia kreskowa posłużyła natomiast do wyrażenia pośredniego wpływu elementów modelu. Jak widać, w modelu DAHP są obecne sprzężenia między elementami, których nie doświadczamy w typowym hierarchicznym modelu AHP.

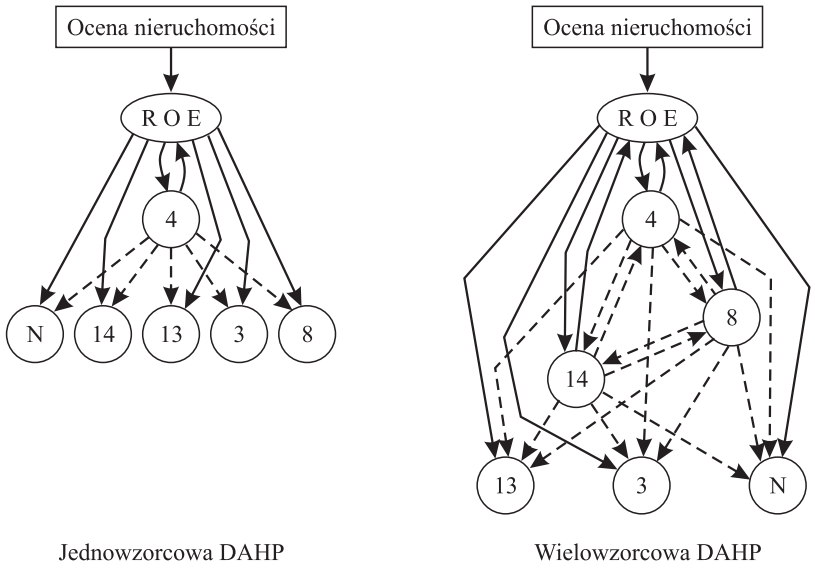
1.2. Wielowzorcowa DAHP

W przypadku wielowzorcowej DAHP obowiązują podobne założenia jak w przypadku jednowzorcowej wersji metody. W szczególności dotyczy to wyznaczania preferencji obiektów w kontekście obiektów wzorcowych, tworzących zbiór D. Zbiór ten stanowi podzbiór zbioru wszystkich ocenianych obiektów A:

$$D \subset A. \tag{11}$$

Różnice między jedno- a wielowzorcową DAHP ilustruje rysunek 2. Jak widać, zwielokrotnienie obiektów wzorcowych powoduje wyraźne podwyższenie złożoności struktury modelu zagadnienia.

Zauważmy, że zastosowanie wielu obiektów wzorcowych skutkuje koniecznością „uzgodnienia" – koordynacji wyników końcowych – ogólnych preferencji



Rys. 2. Ilustracja różnic między jedno- a wielowzorcową DAHP

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

obiektów pomiędzy przypadkami zastosowania poszczególnych obiektów wzorcowych. W tym celu należy skoordynować wartości wag wyrażających znaczenie poszczególnych kryteriów. E. Kinoshita i M. Nakanishi[6] zaproponowali pierwotnie zastosowanie w tym celu podejścia iteracyjnego znanego w języku angielskim pod nazwą *concurrent convergence method*, CCM. W języku polskim można je wyrazić terminem metody równoległej zbieżności. Zbieżność CMM do zestawu wag, spełniających warunek spójności:

$$\underset{d,d'\in D}{\forall}\ w_k^{(d)} = \frac{\dfrac{w_k^{(d')} v_{dk}}{v_{d'k}}}{\displaystyle\sum_{j=1}^{K} \frac{w_j^{(d')} v_{dj}}{v_{d'j}}}. \tag{12}$$

udowodnili E. Kinoshita i inni[7].

W trakcie stopniowego przybliżania spójnego zestawu wartości wag kryteriów w oryginalnej wersji procedury CCM wykorzystuje się następującą formułę rekurencyjną:

$$\underset{d\in D}{\forall}\ \mathbf{w}^{(d)} = \frac{1}{|D|} \sum_{d'\in D} \frac{\mathbf{A}^{(d)} (\mathbf{A}^{(d')})^{-1} \mathbf{w}^{(d')}}{\mathbf{e}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}^{(d)} (\mathbf{A}^{(d')})^{-1} \mathbf{w}^{(d')}}, \tag{13}$$

gdzie $\mathbf{A}^{(d)}$ oznacza diagonalną macierz zawierającą cząstkowe oceny wzorcowego obiektu d otrzymane z uwagi na kolejne kryteria: a_{dk} ($k = 1, 2, ..., K$):

$$\mathbf{A}^{(d)} = \begin{bmatrix} a_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_{dK} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

a $\mathbf{e}$ – wektor o jednostkowych wartościach składowych:

$$\mathbf{e}_{|D|\times 1} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{1\times|D|}. \tag{15}$$

Wyrażenie w mianowniku ułamka określającego aktualną postać wektora wag $\mathbf{w}^{(d)}$ odpowiadających obiektowi wzorcowemu z stanowi skalar, stąd w wyniku mnożenia dwóch macierzy i wektora, a następnie podzielenia rezultatu mnożenia przez skalar lewa strona równania staje się także wektorem.

Zastosowanie oryginalnej procedury CCM wymaga określenia parametru wymaganej dokładności obliczeń $\varepsilon > 0$. Warunek zakończenia obliczeń wygląda następująco:

---

[6] E. Kinoshita, M. Nakanishi, op. cit.

[7] E. Kinoshita, K. Sekitani, J. Shi, op. cit.

$$\underset{d\in D}{\forall}\left|\mathbf{w}^{(d)}-\mathbf{w}_{-}^{(d)}\right|\leq\boldsymbol{\varepsilon}\,, \tag{16}$$

gdzie $\mathbf{w}_{-}^{(d)}$ stanowi poprzednie przybliżenie wektora wag kryteriów otrzymanego w kontekście obiektu wzorcowego d, $\boldsymbol{\varepsilon}$ zaś – wektor parametru dokładności wyznaczania wag kryteriów:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{|D|\times 1}=\left[\varepsilon\quad\ldots\quad\varepsilon\right]^{\mathrm{T}}_{1\times|D|}\,. \tag{17}$$

Ostateczną – wyznaczoną w wyniku zastosowania procedury CCM – wartość wagi k-tego kryterium, odpowiadającą kontekstowi d-tego kolejnego obiektu wzorcowego oznaczono symbolem $\overline{w}_k^{(d)}$. Ostateczne wartości ogólnych preferencji ocenianych obiektów w kontekście d-tego obiektu wzorcowego wyznaczane są na podstawie macierzy relatywnych ocen obiektów odniesionych do tego obiektu (8):

$$\mathbf{P}^{(d)}=\overline{\mathbf{A}}'^{(d)}\,\overline{\mathbf{w}}^{(d)}\,. \tag{18}$$

Niezależnie od wyboru obiektu wzorcowego otrzymujemy ten sam zestaw znormalizowanych wartości preferencji ogólnych:

$$\overline{\mathbf{P}}=\frac{\mathbf{P}^{(d)}}{\sum\limits_{i=1}^{n}P_i^{(d)}}\,. \tag{19}$$

W literaturze można znaleźć próby usprawnienia oryginalnej procedury DAHP. Przykładowo T. Ohya i E. Kinoshita wspomnieli niedawno[8] o możliwości usprawnienia procedury CCM polegającego na zastąpieniu procedury iteracyjnej jednoetapową procedurą wykorzystującą model średniej geometrycznej. Nazwali ją po angielsku *geometric mean concurrent convergence method*, GMCCM. Nazwę tę można przetłumaczyć na język polski jako metoda średnio geometrycznej równoległej zbieżności. Spójne wartości wag kryteriów opisuje w niej formuła:

$$\underset{d\in D}{\forall}\,\overline{w}_k^{(d)}=\frac{\left(\prod\limits_{d'\in D}\dfrac{w_k^{(d')}u_{dk}}{u_{d'k}}\right)^{\frac{1}{|D|}}}{\sum\limits_{j=1}^{K}\left(\prod\limits_{d'\in D}\dfrac{w_j^{(d')}u_{dj}}{u_{d'j}}\right)^{\frac{1}{|D|}}}\,. \tag{20}$$

[8] T. Ohya, E. Kinoshita, *The geometric mean concurrent convergence method*, w: *Proceedings of the 10th International Symposium on the Analytic Hierarchy Process 2009*, Pittsburgh, 30 July--2 August 2009, Paper No. 58, Pittsburgh 2009.

Z uwagi na spełnienie przez wyznaczone wagi warunku:

$$\forall_{d \in D} \sum_{k=1}^{K} \overline{w}_k^{(d)} = 1. \tag{21}$$

wartości wag wyznaczone na podstawie modelu średniej geometrycznej stanowią mnożnikowe parametry normalizacji.

Ci sami autorzy podjęli także trud uzbrojenia MDAHP w mechanizm obliczeniowy podobny do znanego z tradycyjnej AHP/ANP mechanizmu macierzy głównej (ang. *supermatrix*)[9]. Proponowaną macierz ochrzcili angielskim skrótem SPCM pochodzącym od określenia *super pair-wise comparison matrix*. Termin ten można przetłumaczyć na język polski jako macierz główna porównań parami. Ohya i Kinoshita zaproponowali dwa sposoby budowy macierzy SPCM różniące się kolejnością rozpatrywania elementów modelu zagadnienia:

1. Sposób CA × CA polegający na rozpatrywaniu cząstkowo ocenianych obiektów w kontekście kolejnych kryteriów.
2. Sposób AC × AC związany z rozpatrywaniem kryteriów w ramach kolejnych obiektów.

Poprawność metodyki GMCCM i SPCM czeka wciąż jednak na pełną weryfikację. W dalszej części pracy wykorzystano tylko oryginalne mechanizmy obliczeniowe CCM metody DAHP.

Na zakończenie omawiania tematyki DAHP należy zwrócić uwagę na możliwość innych atrakcyjnych zastosowań metody. Sami jej autorzy wskazują już m.in. na możliwość wykorzystywania jej do agregacji redundantnej informacji pochodzących z różnych źródeł.

2. Przykładowa wycena nieruchomości

Do ilustracji zasad stosowania MDAHP wykorzystano dane uwzględnione w przykładzie zastosowania AHP do wyceny nieruchomości, przedstawionym w pracy M. Dytczaka, G. Gindy i M. Szpringiera[10]. Zaprezentowana tam analiza dotyczy wyceny nieruchomości rolnej N na podstawie 3 cech (walorów rolnych R, organizacyjnych O oraz ekonomicznych E) pięciu innych nieruchomości oznaczonych jako 14, 13, 4, 3 i 8. Znaczenie poszczególnych cech nieruchomości

[9] T. Ohya, E. Kinoshita, *Super Pairwise Comparison Matrix in the Multiple Dominant AHP*, w: *Intelligent Decision Technologies*, red. J. Watada i in., „Smart Innovation, Systems and Technologies" 2012, vol. 15, s. 319-327.

[10] M. Dytczak, G. Ginda, M. Szpringier, *Wieloatrybutowa wycena wartości nieruchomości z uwzględnieniem czynników trudno mierzalnych*, „Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu" 2009, nr 11(11), s. 275-293.

przedstawiono w wyżej wymienionej pracy. Znane są cechy wszystkich nieruchomości, włącznie z nieruchomością wycenianą. Do dyspozycji mamy również wartości transakcyjnych cen nieruchomości 14, 13, 4, 3 i 8. Dane dla nieruchomości wycenianej i nieruchomości wzorcowych podano w tabeli 1.

Tabela 1. Oceny nieruchomości według rzeczoznawcy

Nieruchomość	N	14	13	4	3	8
R	słaba	słaba	zadow.	zadow.	średnia	dobra
O	słabe	słabe	średnie	dobre	dobre	dobre
E	dobre	średnie	dobre	dobre	dobre	średnie
cena (zł/ha)	?	13 555	19 987	25 402	33 328	39 511

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie M. Dytczak, G. Ginda, M. Szpringier, op. cit.

W pracy M. Dytczaka, G. Gindy i M. Szpringiera przedstawiono wyniki porównań nieruchomości parami w kontekście poszczególnych cech. Na podstawie porównań parami znaczenia kryteriów oceny nieruchomości otrzymano następującą macierz ocen oraz wektor znormalizowanych wag kryteriów:

$$\mathbf{A}^{(c)} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ \frac{1}{5} & 1 & 2 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0{,}745 \\ 0{,}149 \\ 0{,}106 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Preferencje poszczególnych nieruchomości odpowiadające kolejnym kryteriom opisują kolejno następujące macierze ocen AHP i wynikające z nich znormalizowane wektory cząstkowych preferencji (ocen) nieruchomości:

1. W kontekście walorów rolniczych R:

$$\mathbf{A}^{(\mathrm{R})} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{7} & \frac{1}{9} \\ 3 & 3 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 3 & 3 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \\ 7 & 7 & 3 & 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 9 & 9 & 5 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{p}^{(\mathrm{R})} = \begin{bmatrix} 0{,}0386 \\ 0{,}0386 \\ 0{,}1012 \\ 0{,}1012 \\ 0{,}2530 \\ 0{,}4674 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

2. W kontekście walorów organizacyjnych O:

$$\mathbf{A}^{(O)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 1 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & 3 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 5 & 5 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{p}^{(O)} = \begin{bmatrix} 0{,}0487 \\ 0{,}0487 \\ 0{,}1103 \\ 0{,}2641 \\ 0{,}2641 \\ 0{,}2641 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

3. W kontekście walorów ekonomicznych E:

$$\mathbf{A}^{(E)} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{p}^{(E)} = \begin{bmatrix} 0{,}2273 \\ 0{,}0454 \\ 0{,}2273 \\ 0{,}2273 \\ 0{,}2273 \\ 0{,}0454 \end{bmatrix}. \tag{25}$$

Kolejne wiersze powyższych macierzy i kolumn odpowiadają nieruchomościom w kolejności: N, 14, 13, 4, 3, 8. Wszystkie macierze ocen spełniają warunek spójności ocen. Ogólne oceny nieruchomości opisuje więc formuła:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}^{(R)^T} \\ \mathbf{p}^{(O)^T} \\ \mathbf{p}^{(E)^T} \end{bmatrix} \mathbf{w}. \tag{26}$$

Ich wartości przedstawiono wraz z rezultatem wyceny w tabeli 2.

Tabela 2. Dane oraz rezultat wyceny nieruchomości N

Kryterium	w	N	14	13	4	3	8	Suma
R	0,745	0,0386	0,0386	0,1012	0,1012	0,2530	0,4674	1
O	0,149	0,0487	0,0487	0,1103	0,2641	0,2641	0,2641	1
E	0,106	0,2273	0,0454	0,2273	0,2273	0,2273	0,0454	1
Preferencja		0,058	0,041	0,115	0,140	0,252	0,394	1
Cena (zł/ha)		15 068						

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie M. Dytczak, G. Ginda, M. Szpringier, *Wieloatrybutowa wycena nieruchomości z uwzględnieniem czynników trudno mierzalnych*, „Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu" 2009, nr 11(11), s. 275-293.

Podaną w tabeli 2 wartość nieruchomości N uzyskano na podstawie liniowej interpolacji wartości 2 nieruchomości wyznaczających przedział oceny nieruchomości, w którym zawiera się także ocena nieruchomości N.

Załóżmy, że następujące 3 nieruchomości o znanych cenach transakcyjnych stanowią obiekty (nieruchomości) wzorcowe: 14, 4, 8. Oceniając w ich kontekście kryteria w kolejności: R, O, E, otrzymano następujące macierze ocen i wektora preferencji cząstkowych kryteriów:

1. W kontekście nieruchomości 14:

$$\mathbf{A}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0{,}4429 \\ 0{,}1698 \\ 0{,}3873 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

2. W kontekście nieruchomości 4:

$$\mathbf{A}^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0{,}2611 \\ 0{,}3278 \\ 0{,}4111 \end{bmatrix}. \tag{28}$$

3. W kontekście nieruchomości 8:

$$\mathbf{A}^{(6)} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}^{(6)} = \begin{bmatrix} 0{,}2611 \\ 0{,}4112 \\ 0{,}3278 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Ponownie macierze ocen spełniają warunki spójności ocen, gdyż uzyskano dla nich kolejno następujące – mniejsze od 0,1 – wartości współczynnika spójności ocen *c.r*: 0,017, 0,047 i 0,047.

Tabela 3. Wyniki kolejnych kroków procedury CCM

Krok	Podstawa oceny – nieruchomość wzorcowa								
	14			4			8		
	$\overline{w}_1^{(2)}$	$\overline{w}_2^{(2)}$	$\overline{w}_3^{(2)}$	$\overline{w}_1^{(4)}$	$\overline{w}_2^{(4)}$	$\overline{w}_3^{(4)}$	$\overline{w}_1^{(6)}$	$\overline{w}_2^{(6)}$	$\overline{w}_3^{(6)}$
0	0,4429	0,1698	0,3873	0,2611	0,3278	0,4111	0,2611	0,4111	0,3278
1	0,3016	0,1991	0,4993	0,1923	0,2508	0,5569	0,6037	0,2507	0,1456
2	0,2751	0,1968	0,5281	0,1637	0,2414	0,5949	0,6708	0,2192	0,1100
3	0,2735	0,1967	0,5298	0,1618	0,2407	0,5975	0,6747	0,2174	0,1079
4	0,2735	0,1967	0,5298	0,1618	0,2407	0,5975	0,6747	0,2174	0,1079

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

W celu zastosowania tradycyjnej procedury CCM przyjęto dokładność wyznaczania składowych wektora wartości wag kryteriów na podstawie zależności (13) wynoszącą $\varepsilon = 0{,}0001$. W kolejnych krokach procedury uzyskano wartości wag $\overline{w}_k^{(d)}$ przedstawione w tabeli 3. Krokiem zero oznaczono początkowe wartości wag (27-29). Jak widać, stabilne i spójne wartości wag otrzymano już w 3 kroku obliczeń.

Wartości ogólnych preferencji nieruchomości otrzymamy na podstawie formuły (18). Potrzebne do tego macierze $\overline{\mathbf{A}}'^{(d)}$ (6), gdzie $d = 2, 4, 6$, zbudujemy na podstawie macierzy $\mathbf{A}'$ (8) złożonej z wektorów cząstkowych preferencji nieruchomości $\mathbf{p}^{(R)}$, $\mathbf{p}^{(O)}$, $\mathbf{p}^{(E)}$ (23-25). Wygląda ona następująco:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0{,}0386 & 0{,}0487 & 0{,}2273 \\ 0{,}0386 & 0{,}0487 & 0{,}0454 \\ 0{,}1012 & 0{,}1103 & 0{,}2273 \\ 0{,}1012 & 0{,}2641 & 0{,}2273 \\ 0{,}2530 & 0{,}2641 & 0{,}2273 \\ 0{,}4674 & 0{,}2641 & 0{,}0454 \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Macierz $\overline{\mathbf{A}}'^{(2)}$ potrzebną do wyznaczenia ogólnych preferencji nieruchomości na podstawie ogólnych preferencji kryteriów odpowiadających pierwszej ze wzorcowych nieruchomości – 14 – otrzymujemy stosując zależność (7). Macierz ta przyjmuje więc postać:

$$\overline{\mathbf{A}}'^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2{,}6224 & 2{,}2661 & 5 \\ 2{,}6224 & 5{,}4281 & 5 \\ 6{,}5582 & 5{,}4281 & 5 \\ 12{,}115 & 5{,}4281 & 1 \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Korzystając z następującego odpowiednika zależności (18):

$$\mathbf{P}^{(2)} = \overline{\mathbf{A}}'^{(2)}\,\overline{\mathbf{w}}^{(2)}, \tag{32}$$

gdzie wektor $\overline{\mathbf{w}}^{(2)}$ przyjmuje na podstawie obliczeń CCM postać:

$$\overline{\mathbf{w}}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0{,}2735 & 0{,}1967 & 0{,}5298 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{33}$$

otrzymujemy następujący wektor ogólnych preferencji odpowiadających kolejnym nieruchomościom:

$$\mathbf{P}^{(2)} = [3{,}119 \quad 1 \quad 3{,}812 \quad 4{,}434 \quad 5{,}510 \quad 4{,}911]^{\mathrm{T}}. \tag{34}$$

Suma jego elementów wynosi:

$$\sum_{i=1}^{n} P_k^{(2)} = 22{,}787\,, \tag{35}$$

stąd na podstawie formuły (19) otrzymujemy następujący wektor znormalizowanych ogólnych preferencji nieruchomości:

$$\overline{\mathbf{P}}^{(2)} = [0{,}1369 \quad 0{,}0439 \quad 0{,}1673 \quad 0{,}1946 \quad 0{,}2418 \quad 0{,}2155]^{\mathrm{T}}. \tag{36}$$

Wyznaczanie ogólnych wartości preferencji nieruchomości można zakończyć na przypadku pierwszej z wzorcowych nieruchomości. Na podstawie 2 pozostałych nieruchomości wzorcowych 4 i 8 uzyskamy bowiem ten sam wektor, stosując odpowiednio następujące postacie macierzy $\overline{\mathbf{A}}'^{(d)}$ oraz wektora $\overline{\mathbf{w}}^{(d)}$ ($d = 4, 6$):

$$\overline{\mathbf{A}}'^{(4)} = \begin{bmatrix} 0{,}3813 & 0{,}1842 & 1 \\ 0{,}3813 & 0{,}1842 & 0{,}2 \\ 1 & 0{,}4175 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2{,}501 & 1 & 1 \\ 4{,}620 & 1 & 0{,}2 \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{w}}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0{,}1618 \\ 0{,}2407 \\ 0{,}5975 \end{bmatrix}, \tag{37}$$

$$\overline{\mathbf{A}}'^{(6)} = \begin{bmatrix} 0{,}0825 & 0{,}1842 & 5 \\ 0{,}0825 & 0{,}1842 & 1 \\ 0{,}2164 & 0{,}4175 & 5 \\ 0{,}2164 & 1 & 5 \\ 0{,}5413 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{w}}^{(6)} = \begin{bmatrix} 0{,}6747 \\ 0{,}2174 \\ 0{,}1079 \end{bmatrix}. \tag{38}$$

Z uzyskanych rezultatów wynika, że wyceniana nieruchomość także i tym razem znajduje się w przedziale wartości ogólnych preferencji, który rozpoczyna nieruchomość 14, a kończy nieruchomość 13. Wartość nieruchomości N oszacowano na podstawie wartości ogólnych preferencji nieruchomości 14, 13 i N oraz transakcyjnej wartości nieruchomości 14 i 13, stosując interpolację liniową (porównaj dane w tab. 1). Otrzymano na tej podstawie następującą wartość wycenianej nieruchomości:

$$C_{\mathrm{N}} = 13\,555 + \frac{0{,}1369 - 0{,}0439}{0{,}1673 - 0{,}0439} \cdot (19\,987 - 13\,555)\,, \tag{39}$$

czyli 18 402 zł/ha.

Na podstawie 3 wybranych nieruchomości wzorcowych otrzymano więc znacząco różniącą się wartość wycenianej nieruchomości od przypadku zastosowania tradycyjnej metody AHP przy wykorzystaniu intuicyjnie wyznaczonych wartości wag kryteriów.

Podsumowanie i wnioski

Z otrzymanych rezultatów wynika wniosek, że wybór nieruchomości wzorcowych może istotnie wpłynąć na rezultaty wyceny nieruchomości. Jednakże w odróżnieniu od przypadku zastosowania intuicyjnie dobranych wag kryteriów typowego dla tradycyjnej metody AHP, zastosowanie wielowzorcowej AHP ułatwia obiektywizację doświadczenia rzeczoznawcy. Przyczynia się więc ono do ograniczenia wątpliwości dotyczących rzetelności rezultatów wyceny nieruchomości.

Na zakończenie należy stwierdzić, że wielowzorcowa DAHP stanowi oryginalne rozszerzenie metodyki AHP/ANP. Jej elastyczny charakter sprawia, że otwierają się przed nią szerokie perspektywy zastosowań, które niekoniecznie muszą ograniczać się do możliwości wymienionych przez jej autorów. Stanowi więc oryginalne narzędzie wspomagania decyzji, które warto poznać, gdyż wydatnie poszerza arsenał dostępnych narzędzi wielokryterialnej analizy decyzji.

Literatura

Dytczak M., *Wybrane metody rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych w budownictwie*, Wyd. Politechniki Opolskiej, Opole 2010.

Dytczak M., Ginda G., Szpringier M., *Wieloatrybutowa wycena wartości nieruchomości z uwzględnieniem czynników trudno mierzalnych*, „Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu" 2009, nr 11(11), s. 275-293.

Kinoshita E., Nakanishi M., *Proposal of new AHP model in light of dominant relationship among alternatives*, „Journal of Operations Research Society of Japan" 1999, Vol. 42(2), s.180-197.

Kinoshita E., Sekitani K., Shi J., *Mathematical properties of Dominant AHP and Concurrent Convergence Method*, „Journal of the Operations Research Society of Japan" 2002, Vol. 45(2), s. 198-213.

Ohya T., Kinoshita E., *Super Pairwise Comparison Matrix in the Multiple Dominant AHP*, w: *Intelligent Decision Technologies*, red. J. Watada i in., „Smart Innovation, Systems and Technologies" 2012, vol. 15, s. 319-327.
Ohya T., Kinoshita E., *The geometric mean concurrent convergence method*, Proceedings of the 10th International Symposium on the Analytic Hierarchy Process 2009, Pittsburgh, 30 July-2 August 2009, Paper No. 58, Pittsburgh 2009.
Saaty T.L., *Analytic Hierarchy Process. Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York 1980.
Saaty T.L., *Analytic Network Process. Decision making with feedback*. RWS Publishing, Pittsburgh 1996.

Application of dominant alternatives in real estate valuation

Summary. Official real estate valuation procedures allow a valuator to use experience without limits. A valuator therefore usually applies features of real estate objects which have already been valuated to evaluate features of a valuated real estate object. Certain real estate features are intangible. As a result, it is important to be able to assess them properly to ensure reliable valuation results. Application of Multiple Dominant AHP is proposed in this regard. It facilitates making justified evaluations while still allowing to utilise valuator's experience and providing reliable valuation results. A sample analysis is also included in the paper.

Key words: real estate, valuation, intangibles, reliability, experience, multiple dominant AHP