

Prognozowanie obrotów ładunkowych w portach morskich przy wykorzystaniu metod ilościowych

Krzysztof Ziółkowski, Ryszard Miler***

W ostatnich dwóch dekadach miało miejsce wiele ważnych zmian w rozwoju metod statystycznych i ekonometrycznych. Wraz z rozwojem informatyki metody ilościowe znalazły nowe zastosowanie i zostały zaimplementowane w logistyce, głównie w planowaniu i prognozowaniu potrzeb materiałowych.

We współczesnej ekonomii, w tym i logistyce, nie uciekniemy od metod ilościowych oraz coraz to bardziej zaawansowanych programów komputerowych. Jednakże ekonomii nie można redukować tylko do jej aspektów ilościowych, ponieważ wielu złożonych procesów, które odgrywają ważną rolę w życiu gospodarczym, nie da się wyrazić za pomocą języka matematyki. Zawsze należy wziąć pod uwagę granice możliwości poznawczych modelu. Tym niemniej, również w owej współczesnej gospodarce światowej bardziej wyrafinowane podejście do procesu prognozowania wymaga stosowania aparatu ilościowego, który niewątpliwie prowadzić będzie do wykorzystywania rozbudowanych modeli przyczynowo-skutkowych na podstawie danych empirycznych, jednakże żadnej teorii ekonomicznej nie można wypracować bez koncepcji abstrakcyjnych, które opierają się na indukcji i dedukcji przy analizie zjawisk ekonomicznych.

Światowa ekspansja działalności gospodarczej, coraz szersze otwarcie gospodarek narodowych oraz liberalizacja handlu międzynarodowego przyczyniają się nie tylko do przyspieszenia dynamiki wzrostu światowych obrotów towarowych, ale też prowadzi do zwiększenia natężenia i koncentracji morskich strumieni ładunkowych, zmian w ich strukturze rodzajowej i geograficznej. Tendencje te tworzą korzystne warunki dla rozwoju handlu oraz przewozów morskich. Stawia to również nowe wyzwania dotyczące optymalizacji wielogałęziowych morsko-ładowych łańcuchów transportowych obsługujących strumienie ładunkowe.

W niniejszym artykule zaprezentowano podstawowe modele wykorzystywane w logistyce przy prognozowaniu obrotów ładunkowych w portach morskich. Przed-

* Dr Krzysztof Ziółkowski, Bałtycki Ośrodek Logistyki Stosowanej, Wyższa Szkoła Bankowa w Gdańsku

** Dr Ryszard Miler, Bałtycki Ośrodek Logistyki Stosowanej, Wyższa Szkoła Bankowa w Gdańsku

stawione obliczenia zostały sporządzone w oparciu o opublikowane przez Główny Urząd Statystyczny dane, dotyczące wielkości załadunków i wyładunków towarów (łącznie z tranzytem) w polskich morskich portach w latach 1999-2013. Autorzy dokonają osobno prognozy załadunków i wyładunków przy zastosowaniu poniższych metod, a także oceniają ich skuteczność.

Do najczęściej stosowanych klasycznych, typowych metod prognozowania rozwoju zjawiska w czasie, należy wykorzystanie średniego przyrostu absolutnego, średniego tempa zmian oraz funkcje tendencji rozwojowej. Metody wykorzystujące średni przyrost absolutny oraz średnie tempo zmian należą do metod intuicyjnych i nie wymagają większego warsztatu narzędziowego.

Pewnym rozwiązaniem problemów związanych ze stosowaniem powyżej omówionych narzędzi prognostycznych może być zastosowanie metod, które są w stanie dostosowywać się do zmian w mechanizmach rozwoju zjawiska w czasie, czyli tzw. metod adaptacyjnych.

Wśród takich nieklasycznych metod prognostycznych, największą prostotą charakteryzują się prognozy otrzymane z modeli naiwnych. W podejściu tym zakłada się, że zjawisko będzie w przyszłości podlegało takim samym mechanizmom, jak w ostatnim znanym okresie.

Można przy tym stosować jedno z następujących podejść: naiwna prognoza – poziom bez zmian; naiwna prognoza – przyrost bez zmian, naiwna prognoza – procentowy przyrost bez zmian. W budowie prognoz procesów gospodarczych także są brane pod uwagę bardziej zaawansowane modele, takie jak: model Browna, model Holta, model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average Process*) czy model Wintersa.

5.1. Klasyczne metody w prognozowaniu

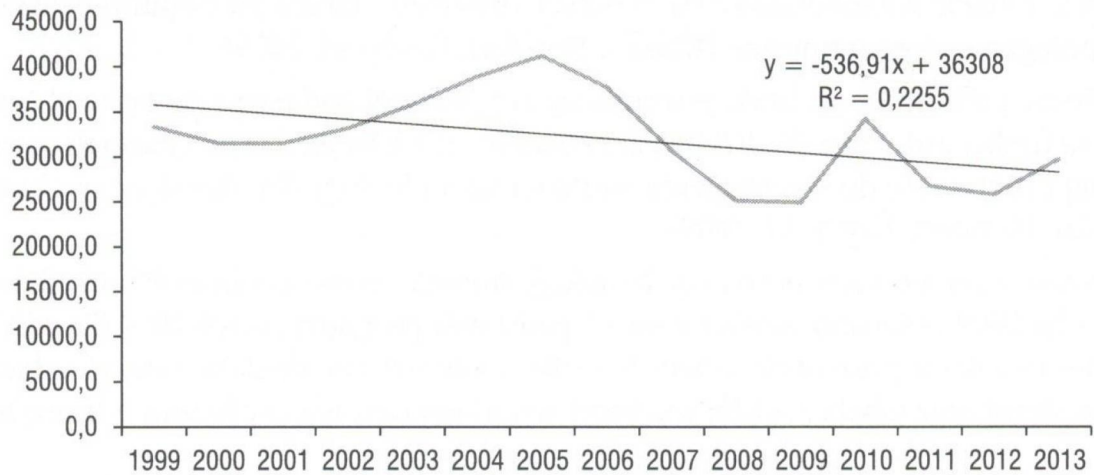
Do najczęściej stosowanych klasycznych, typowych metod prognozowania rozwoju zjawiska w czasie, należy wykorzystanie średniego przyrostu absolutnego, średniego tempa zmian oraz funkcje tendencji rozwojowej. Przedstawione obliczenia zostały sporządzone w oparciu o opublikowane przez Główny Urząd Statystyczny dane, dotyczące wielkości załadunków i wyładunków towarów (łącznie z tranzytem) w polskich portach morskich w latach 1999-2013 (zob. tabela 5.1 i 5.2 oraz rysunek 5.1 i 5.2).

Tabela 5.1. Załadunek łącznie z tranzytem w tys. ton

1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
33360,8	31524,7	31526,2	33168,3	35772,8	38862,1	41150,2	37708,2	30681,4	25075,8	24895,4	34222,4	26744,1	25777,8	29719,8

Źródło: opracowanie własne, www.stat.gov.pl, (15.01.2015).

Rysunek 5.1. Załadunek łącznie z tranzytem w tys. ton



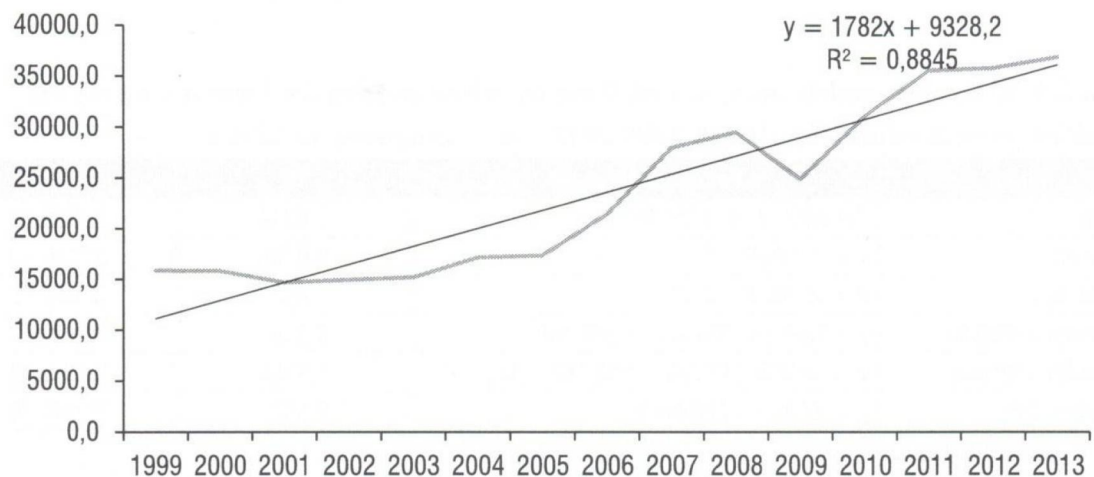
Źródło: opracowanie własne, www.stat.gov.pl, (15.01.2015).

Tabela 5.2. Wyladunek łącznie z tranzytem w tys. ton

1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
15865,7	15809,7	14683,6	14942,9	15171,4	17148,5	17338,4	21429,2	27954,8	29482,5	24864,5	31018,5	35497,4	35734,0	36818,7

Źródło: opracowanie własne, www.stat.gov.pl, (15.01.2015).

Rysunek 5.2. Wyladunek łącznie z tranzytem w tys. ton



Źródło: opracowanie własne, www.stat.gov.pl, (15.01.2015).

Metodą pozwalającą dość dobrze opisać rzeczywisty mechanizm kształtowania się zjawiska w przeszłości, a następnie wykorzystać ten mechanizm do prognozowania wielkości zjawiska w przyszłości są różnego rodzaju funkcje tendencji rozwojowej, zwane funkcjami trendu [Kłóska, Hundert, Czyżycki, 2009].

Niewątpliwie do najczęściej stosowanych funkcji w tym zakresie należą: funkcja liniowa, funkcje wielomianowe (w praktyce drugiego i trzeciego stopnia), wykładnicze, potęgowe i logarytmiczne [Kłóska, Hundert, Czyżycki, 2009].

Biorąc pod uwagę, iż funkcje trendu opisują rozwój badanego zjawiska w czasie, czyli są funkcjami czasu ($Y=f(t)$), wykorzystanie takich funkcji w prognozach sprowadza się praktycznie do wyznaczenia wartości takiej funkcji dla określonego czasu (t) [Kłóska, Hundert, Czyżycki, 2009].

Oszacowane postacie powyższych funkcji, stopień dopasowania tych funkcji do danych z lat 1999-2013 oraz uzyskane na ich podstawie prognozy na rok 2014 dla polskich portów morskich prezentuje tabela 5.3 (dla wielkości załadunków towarów łącznie z tranzytem) oraz tabela 5.4 (dla wielkości wyładunków towarów łącznie z tranzytem).

Tabela 5.3. Klasyczne modele opisujące wielkość załadunków towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 r.

Model	Postać analityczna	R ²	Prognoza*
Liniowy	$Y = 36307,98 - 536,91t$	0,2255	27717,42
Potęgowy	$y = 36217t^{0,073}$	0,1272	29580,92
Wykładniczy	$Y = 36315,5 \cdot 0,983^t$	0,2485	27667,12
Wielomian 2 stopnia	$y = 31900 + 1018,7t - 97,229t^2$	0,3344	23308,57
Wielomian 3 stopnia	$y = 25121 + 5410,7t - 761,84t^2 + 27,692t^3$	0,4571	30087,59
Logarytmiczny	$y = 35917 - 2099\ln(t)$	0,1054	30097,33

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabeli 5.1.

Tabela 5.4. Klasyczne modele opisujące wielkość wyładunków towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 r.

Model	Postać analityczna	R ²	Prognoza*
Liniowy	$Y = 9328,21 + 1781,97t$	0,8844	37839,73
Potęgowy	$y = 11055t^{0,3751}$	0,6726	31276,93
Wykładniczy	$Y = 12088,3 \cdot 1,077^t$	0,8933	37049,12
Wielomian 2 stopnia	$y = 13896 + 169,92t + 100,75t^2$	0,9261	42406,72
Wielomian 3 stopnia	$y = 18908 - 3077,5t + 592,16t^2 - 20,475t^3$	0,9500	37395,36
Logarytmiczny	$y = 7432,1 + 8684\ln(t)$	0,6422	31509,26

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabeli 5.2.

Pomimo iż modele tendencji rozwojowej spośród opisanych powyżej klasycznych podejść, zdecydowanie najlepiej opisują mechanizm rozwoju zjawiska w przeszłości, to na podstawie analizy wyników znajdujących się w tabeli 5.3 można wskazać ich niedoskonałość przy prognozowaniu obrotów ładunkowych w portach morskich. Najlepszym modelem opisującym wielkość załadunków w polskich portach morskich w latach 1999-2013 jest model wielomianu stopnia trzeciego [Kłóska, Hundert, Czyżycki, 2009].

Natomiast na podstawie analizy wyników znajdujących się w tabeli 5.4 można wskazać, że najlepszym modelem opisującym wielkość wyładunków w polskich portach morskich w latach 1999-2013 jest model wielomianu stopnia trzeciego. Model ten jest w stanie opisać ponad 95% zmian wielkości przeładunków w tym okresie. Innymi modelami dość skutecznie opisującymi wielkość wyładunków w polskich portach morskich jest model wielomianu drugiego stopnia, ale też model wykładniczy i liniowy [Kłóska, Hundert, Czyżycki, 2009].

5.2. Nieklasyczne metody w prognozowaniu

Natomiast za najwłaściwsze metody ustalania obrotów ładunkowych w portach morskich, szczególnie w bliskich horyzontach czasowych, uważa się metody statystyczne, a szczególnie można do nich zaliczyć metody średniej ruchomej. Wśród modeli adaptacyjnych przede wszystkim wymienia się modele [Chaberek, Jezierski, Mańkowski, Reszka, 2002, s. 10]:

- Browna,
- MA (*Moving Average*),
- Holta,
- ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average Process*),
- Wintersa.

Wybór ww. metod prognozowania zależy przede wszystkim od cech, jakimi charakteryzuje się określony szereg czasowy (uporządkowany chronologicznie zbiór informacji dotyczących kształtowania się danej zmiennej w czasie). W przypadku szeregów stacjonarnych lub zbliżonych do stacjonarnych można zastosować następujące metody [Sarjusz-Wolski, 2000, s. 56-75; Sarjusz-Wolski, 1997]:

- arytmetyczna średnia ruchoma,
- arytmetyczna średnia ważona,
- tzw. prosty model Browna.

Natomiast w przypadku szeregów niestacjonarnych, czyli takich, w których występują silne wahania w określonym czasie zaleca się stosowanie następujących metod [Hyndman, Athanasopoulos, 2014]:

- model Holta,
- model Wintersa.

Przechodząc do analizy i omówienia poszczególnych metod prognozowania obrotów ładunkowych w portach morskich należy zacząć od omówienia arytmetycznej średniej ruchomej i jej ogólnej postaci, która przedstawia wzór [Proakis, Manolakis, 2007]:

$$Y_t^* = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k}^{t-1} Y_i$$

gdzie

Y_i^* – prognoza w wyznaczonym okresie t ,
 Y_i – wielkość w okresie t ,
 k – stała wygładzenia.

Jak już wspomniano na początku, przy dużych wahaniami przypadkowych zmiennej Y metody naiwne byłyby obciążone dość dużym błędem, w związku z tym w szeregu czasowym można zastosować metodę opartą na średniej ruchomej. Modele średniej ruchomej mogą być zarówno wykorzystywane do wygładzenia szeregu, jak i do prognozowania. Metoda średniej ruchomej polega na „mechanicznym” wyrównaniu szeregu czasowego za pomocą średniej arytmetycznej, która jest obliczana sekwencyjnie dla wybranych kolejno obserwacji.

Przy prognozowaniu za pomocą średniej ruchomej zakłada się, że wartość zmiennej prognozowanej w następnym okresie będzie równa średniej arytmetycznej z k ostatnich wartości średniej [Booth, Mount, Viers, 2006].

Poniżej zaprezentowano metodę średniej ruchomej 3-elementowej, warto w tym miejscu wspomnieć, iż wraz ze wzrostem stałej wygładzenia rośnie efekt wyrównania. Ponadto, im większa liczba obserwacji wykorzystanych do wygładzenia, tym większy efekt wygładzenia.

Na podstawie obrotów towarowych w polskich portach morskich wyznaczono prognozę w oparciu o średnią 3-elementową, policzono średni oraz względny błąd prognozy (tabela 5.5) [Ya-lun Chou, 1975].

$$\frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100$$

Średnia ruchoma 3-elementowa Y_t^* .

Tabela 5.5. Prognozowanie obrotów ładunkowych w polskich portach morskich

Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok				Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok		
t	Y_t	Średnia ruchoma 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$	Y_t	Średnia ruchoma 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$
1999	33 360,8			15 865,7		
2000	31 524,7			15 809,7		
2001	31 526,2			14 683,6		
2002	33 168,3	32 137,2	3,108590632	14 942,9	15 453,0	3,413661337
2003	35 772,8	32 073,1	10,3423085	15 171,4	15 145,4	0,171375087
2004	38 862,1	33 489,1	13,82580972	17 148,5	14 932,6	12,92163552
2005	41 150,2	35 934,4	12,67502953	17 338,4	15 754,3	9,136560082

Tabela 5.5. cd. Prognozowanie obrotów ładunkowych w polskich portach morskich

Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok				Wyladunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok		
t	Y_t	Średnia ruchoma 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$	Y_t	Średnia ruchoma 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$
2006	37 708,2	38 595,0	2,35183152	21 429,2	16 552,8	22,75602138
2007	30 681,4	39 240,2	27,89561971	27 954,8	18 638,7	33,32558273
2008	25 075,8	36 513,3	45,61157238	29 482,5	22 240,8	24,56270669
2009	24 895,4	31 155,1	25,1441364	24 864,5	26 288,8	5,728381159
2010	34 222,4	26 884,2	21,44268082	31 018,5	27 433,9	11,55622182
2011	26 744,1	28 064,5	4,937288349	35 497,4	28 455,2	19,83872997
2012	25 777,8	28 620,6	11,02822325	35 734,0	30 460,1	14,75867988
2013	29 719,8	28 914,8	2,708744114	36 818,7	34 083,3	7,42937692
2014		27 413,9*	Σ 181,071834		36 016,7*	Σ 165,5989

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

W rozpatrywanym przykładzie względny błąd prognozy dla średniej ruchomej 3-elementowej załadunków/wyladunków w polskich portach morskich wynosi odpowiednio:

$$\Psi = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100;$$

$$\Psi^3 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100 = 12,07\% \text{ [dla załadunków];}$$

$$\Psi^3 = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100 = 11,03\% \text{ [dla wyladunków].}$$

Metoda średnich ruchomych prostych ma dwie zasadnicze wady [Chaberek, Jezierski, Mańkowski, Reszka, 2002, s. 29]:

- przy większej liczbie danych obliczenia się komplikują – należy pamiętać o uśrednieniu wszystkich danych,
- metoda powyższa ignoruje efekt starzenia się danych, ponieważ wszystkie dane, mimo iż są z różnych okresów czasowych mają tę samą wagę.

Jedną z metod, która usuwa wadę arytmetycznej średniej ruchomej jest budowanie prognoz na podstawie modelu średniej ruchomej ważonej. Najmniejsze błędy prognozy daje średnia z co najmniej 12 obserwacji (tabela 5.6). We wspomnianej metodzie wraz ze starzeniem się obserwacji ich wagi maleją tworząc ciąg arytmetyczny (rysunek 5.3).

Ogólną postać średniej ruchomej ważonej przedstawia następujący wzór [Kreiß, Neuhaus, 2006]:

$$Y_t^* = \sum_{i=t-k}^{t-1} Y_i w_{i-t+k+1}$$

gdzie

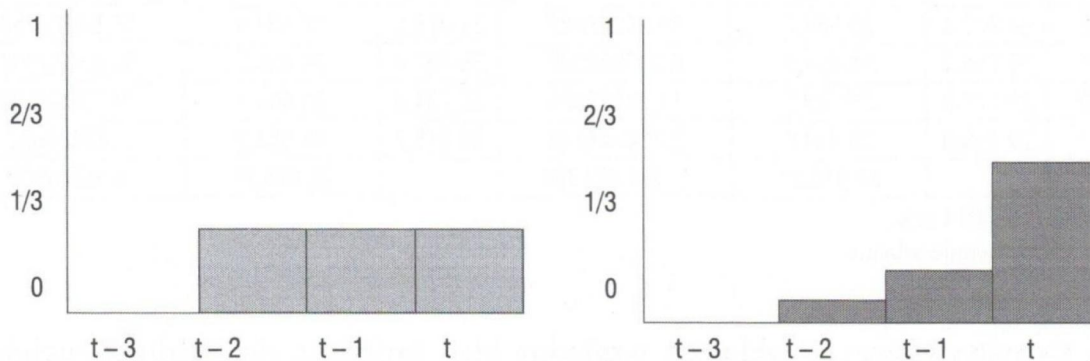
Y_t^* – prognoza w wyznaczonym okresie t ,

Y_i – wielkość w okresie t ,

k – stała wygładzenia,

$w_{i-t+k+1}$ – waga nadawana przez prognozę wartości zmiennej prognozowanej w okresie t .

Rysunek 5.3. Wartość wag przy średniej ruchomej 3-elementowej oraz średniej ruchomej ważonej 3-elementowej



Źródło: opracowanie własne.

Dla obrotów ładunkowych przyjęto następujące wagi:

I. 0,2;

II. 0,3;

III. 0,5.

Należy wziąć pod uwagę, że wagi powinny się mieścić w przedziale od 0 do 1 włącznie, a suma wag powinna wynosić 1.

Tabela 5.6. Prognozowanie obrotów ładunkowych w polskich portach morskich

Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok				Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok		
t	Y_t	Średnia ruchoma ważona 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$	Y_t	Średnia ruchoma ważona 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$
1999	33360,8			15865,7		
2000	31524,7			15809,7		
2001	31526,2			14683,6		
2002	33168,3	31892,7	3,845931205	14942,9	15257,9	2,10768994
2003	35772,8	32347,0	9,576689552	15171,4	15038,5	0,876188091
2004	38862,1	34142,1	12,14543218	17148,5	15005,3	12,49794443
2005	41150,2	36796,6	10,57989998	17338,4	16114,3	7,060340054

Tabela 5.6. cd. Prognozowanie obrotów ładunkowych w polskich portach morskich

Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok				Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok		
t	Y_t	Średnia ruchoma ważona 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$	Y_t	Średnia ruchoma ważona 3-elementowa Y_t^*	Błąd $\frac{ Y_t - Y_t^* }{Y_t} \times 100$
2006	37708,2	39388,3	4,455503047	21429,2	16848,0	21,37816624
2007	30681,4	38971,6	27,0202142	27954,8	19345,8	30,7960708
2008	25075,8	34883,2	39,1110154	29482,5	23873,8	19,02369202
2009	24895,4	29284,0	17,62799553	24864,5	27413,5	10,25168413
2010	34222,4	26106,7	23,71452616	31018,5	26868,0	13,38085336
2011	26744,1	29595,0	10,65984647	35497,4	28865,1	18,68390361
2012	25777,8	28617,9	11,01742585	35734,0	32027,2	10,37345385
2013	29719,8	27756,6	6,605663564	36818,7	34719,9	5,700309897
2014		27942,1*	Σ 176,360143		36229,0*	Σ 152,130296

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku występowania w szeregu czasowym trendu liniowego można do konstrukcji prognozy użyć modelu podwójnej średniej ruchomej. Wygładzony wówczas szereg za pomocą średniej ruchomej ponownie wygładza się wspomnianą metodą (stąd nazwa – model podwójnej średniej ruchomej).

Kolejną propozycją prognozowania zmiennej Y jest metoda wygładzenia wykładniczego, która polega na wygładzeniu szeregu czasowego przy pomocy średniej ruchomej ważonej, jednakże wagi określane według prawa wykładniczego, np. program STATISTICA dysponuje kilkunastoma modelami wygładzenia.

Model Browna jest kolejnym sposobem wykorzystywanym w celu prognozowania załadunków/wyładunków towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich. Grecka litera α oznacza parametr wygładzenia wykładniczego z okresu t , który przyjmuje wartości od 0 do 1 włącznie. Kolejne obserwacje z okresów $t-1, t-2, \dots, t-i$ są liczbami będącymi kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie $(1-\alpha)$, czyli $\alpha(1-\alpha), \alpha(1-\alpha)^2, \alpha(1-\alpha)^3$. Jak widać powyższy ciąg geometryczny i przypisane wagi maleją wraz z poruszaniem się w przeszłość, stąd też model Browna jest nazywany modelem wyrównania wykładniczego [Brown, 1956, s. 1-15]. Model Browna zaprezentowany w tabeli 5.7 i 5.8 ma dwie zalety [Chaberek, Jezierski, Mańkowski, Reszka, 2002, s. 32]:

- do prognozowania niezbędne jest pamiętanie tylko jednej informacji z przeszłości,
- w przeciwieństwie do średniej ruchomej n -elementowej, w modelu Browna uwzględniony jest „efekt starzenia się”, tj. coraz starszym danym przypisuje się coraz mniejsze wartości wag.

Wartość parametru α dobierana jest w taki sposób, aby wartości błędów prognozy były najmniejsze, a można również dobrać w sposób subiektywny – im większa wartość

tego parametru, tym większa waga przypisywana jest wartościom bieżącym Y [Nahmias, 2009]. Wygodnym narzędziem do wyznaczenia wartości α jest moduł Solver z Excela.

Ogólną postać modelu Browna przedstawia następujący wzór [Brown, 1956, 15; Brown, 1963]:

$$Y_t^* = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha)y_{t-1}^*$$

gdzie:

Y_t^* – prognoza w wyznaczonym okresie t ,

Y_{t-1} – wielkość w okresie $t - 1$,

α – parametr wykładniczego.

W omawianym przykładzie autor obliczy względny błąd prognozy, który jest liczony wg takiego samego wzoru jak dla średniej ruchomej 3- i 5-elementowej, tj.:

$$\Psi = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100.$$

Tabela 5.7. Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Browna)

Rok	Załadunek	Brown (prognoza)	Błąd
1999	33 360,8	32 137,2	3,667678
2000	31 524,7	33 238,44	5,436192
2001	31 526,2	31 696,07	0,538835
2002	33 168,3	31 543,19	4,899596
2003	35 772,8	33 005,79	7,734959
2004	38 862,1	35 496,1	8,661398
2005	41 150,2	38 525,5	6,378341
2006	37 708,2	40 887,73	8,431933
2007	30 681,4	38 026,15	23,93878
2008	25 075,8	31 415,88	25,28364
2009	24 895,4	25 709,81	3,271317
2010	34 222,4	24 976,84	27,0161
2011	26 744,1	33 297,84	24,50538
2012	25 777,8	27 399,47	6,290973
2013	29 719,8	25 939,97	12,71823
2014		29 341,82*	

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.8. Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Browna)

Rok	Wyładunek	Brown (prognoza)	Błąd
1999	15 865,7	15 453,0	2,601209
2000	15 809,7	15 824,4	0,093171
2001	14 683,6	15 811,2	7,679132

Tabela 5.8. cd. Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Browna)

Rok	Wyładunek	Brown (prognoza)	Błąd
2002	14 942,9	14 796,4	0,980684
2003	15 171,4	14 928,2	1,602715
2004	17 148,5	15 147,1	11,67108
2005	17 338,4	16 948,4	2,249582
2006	21 429,2	17 299,4	19,27185
2007	27 954,8	21 016,2	24,82071
2008	29 482,5	27 260,9	7,535175
2009	24 864,5	29 260,3	17,6792
2010	31 018,5	25 304,1	18,4226
2011	35 497,4	30 447,1	14,22736
2012	35 734,0	34 992,4	2,07543
2013	36 818,7	35 659,8	3,147486
2014		36 702,8*	

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Przy pomocy wzoru zaprezentowanego poniżej obliczono wspomniany błąd prognozy.

$$\Psi = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100 = 12,05\% [\text{Załadunek}],$$

$$\Psi = \frac{1}{n-k} \sum_{t=n+1}^n \frac{|Y_t - Y_t^*|}{Y_t} \times 100 = 9,57\% [\text{Wyładunek}].$$

W przypadku, gdy w danym szeregu czasowym występuje trend i wahania przypadkowe można zastosować model Holta. Jest to model dwurównaniowy, w którym do opisu tendencji używa się wielomianu stopnia pierwszego. Model ten jest bardziej elastyczny od modelu Browna, ponieważ występują w nim dwa parametry wygładzania: α i β , które można wyznaczyć podobnie jak w modelu Browna za pomocą Solvera z Excela [Holt, 1957].

Do opisu modelu Holta służy następujący układ równań [Holt, 2004; Kalekar, 2011]:

$$F_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha)(F_{t-2} + S_{t-2})$$

$$S_{t-1} = \beta(F_{t-1} + F_{t-2}) + (1 - \beta)S_{t-2}$$

gdzie:

F_{t-1} – ocena wartości średniej w okresie $t - 1$,

S_{t-1} – przyrost trendu w okresie $t - 1$,

α, β – parametry modelu o wartościach z przedziału $(0, 1]$.

Natomiast równanie prognozy ma następującą postać:

$$Y_t^* = F_n + (t - n)S_n.$$

Poniżej zaprezentowano model Holta (zob. tabela 5.9 i 5.10). W omawianym modelu przyjęto arbitralnie $\alpha = 0,90$ oraz $\beta = 0,40$, przyjęto również, iż $F_1 = Y_1$ a $S_1 = Y_2 - Y_1$.

Tabela 5.9. Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Holta)

Rok	Załadunek	F	S	F + S
1999	33 360,8	33 360,8	-1836,1	
2000	31 524,7	31 524,7	-1836,1	
2001	31 526,2	30 791,16	-1395,08	
2002	33 168,3	31 659,41	-489,744	
2003	35 772,8	33 931,55	615,0072	
2004	38 862,1	37 135,88	1650,738	
2005	41 150,2	40 204,77	2217,997	
2006	37 708,2	39 594,03	1086,502	
2007	30 681,4	34 681,05	-1313,29	
2008	25 075,8	28 392,58	-3303,36	
2009	24 895,4	24 972,93	-3349,88	
2010	34 222,4	29 182,66	-326,034	
2011	26 744,1	27 589,11	-833,041	
2012	25 777,8	26 169,11	-1067,83	
2013	29 719,8	27 872,39	40,61872	27913,01*

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.10. Wylądunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Holta)

Rok	Wylądunek	F	S	F + S
1999	15 865,7	15 865,7	-56,0	
2000	15 809,7	15 809,7	-56	
2001	14 683,6	15 111,64	-312,824	
2002	14 942,9	14 885,27	-278,244	
2003	15 171,4	14 945,65	-142,793	
2004	17 148,5	16 210,24	420,1614	
2005	17 338,4	17 055,2	590,0805	
2006	21 429,2	19 915,63	1498,221	
2007	27 954,8	25 338,42	3068,048	
2008	29 482,5	29 052,09	3326,295	
2009	24 864,5	27 870,05	1522,963	
2010	31 018,5	30 368,31	1913,079	
2011	35 497,4	34 210,99	2684,923	
2012	35 734,0	36 198,77	2406,063	
2013	36 818,7	37 533,15	1977,392	39 510,54*

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Do oceny dopuszczalności prognozy Y posłużono się błędami prognoz wygasłych. Przy pomocy wzoru zaprezentowanego poniżej obliczono wspomnianą dopuszczalność prognozy.

$$S^* = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n [(Y_t - Y_t^*)^2]^{\frac{1}{2}} = 4418,9 \text{ [Załadunek]},$$

$$S^* = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k+1}^n [(Y_t - Y_t^*)^2]^{\frac{1}{2}} = 3278,5 \text{ [Wyładunek]}.$$

W przypadku, gdy w szeregu czasowym oprócz wahań trendu występują też wahania sezonowe, najbardziej adekwatnym do ustalenia prognozy zmiennej Y jest model Wintersa. Model Wintersa może przybrać postać modelu addytywnego (zob. tabela 5.11 i 5.12) lub też modelu multiplikatywnego [Winters, 1960, s. 324-342].

Do opisu modelu addytywnego Wintersa służy następujący układ równań [Kalekar, 2004, s. 1-13; <http://janek.ae.krakow.pl/> (07.12.2014); NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, (07.12.2014)]:

$$F_t = \alpha (Y_t - C_{t-r}) + (1 - \alpha)(F_{t-1} + S_{t-1}),$$

$$S_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)S_{t-1},$$

$$C_t = \gamma (Y_t - F_t) + (1 - \gamma)C_{t-r}.$$

Natomiast do modelu multiplikatywnego Wintersa służą poniższe równania:

$$F_t = \alpha \frac{Y_t}{C_{t-r}} + (1 - \alpha)(F_{t-1} + S_{t-1}),$$

$$S_t = \beta (F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)S_{t-1},$$

$$C_t = \gamma \frac{Y_t}{F_t} (Y_t - F_t) + (1 - \gamma)C_{t-r}.$$

gdzie:

F_t – oszacowanie części stałej szeregu podlegającej wahaniom przypadkowym,

S_t – oszacowanie części przyrostowej szeregu, również podlegającej wahaniom przypadkowym,

C_t – oszacowanie części sezonowej trendu, też nastawionej na działanie czynnika losowego,

Y_t – wartości empiryczne szeregu w okresie t ,

Y_t^* – wartości teoretyczne szeregu wygładzonego.

Stałe wygładzania:

$$0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$$

Dodatkowe oznaczenie:

r – liczba sezonów w jednym cyklu.

Prognozę dla modelu Wintersa oblicza się w sposób następujący:

Dla modelu addytywnego:

$$Y_T^* = F_t + (T - t)S_t + C_{t-r}$$

Dla modelu multiplikatywnego:

$$Y_T^* = (F_t + (T - t)S_t) C_{t-r}$$

Wartości początkowe F i S można obliczyć wykorzystując średnią ruchomą 3-elementową.

$$\text{Alfa} = 0,870; \quad \text{Beta} = 1,000; \quad \text{Gamma} = 0,217.$$

Tabela 5.11. Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Wintersa)

Rok	Załadunek	$F(t)$	$S(t)$	$C(t)$	Prognoza
1999	33 360,8			965,8	
2000	31 524,7			-870,3	
2001	31 526,2			-868,8	
2002	33 168,3			773,3	
2003	35 772,8	32 395	5978,325	1489,914	
2004	38 862,1	39 555,71	7160,712	-831,907	39 863,24
2005	41 150,2	42 629,69	3073,981	-1001,5	45 884,52
2006	37 708,2	38 074,89	-4554,8	525,5856	44 702,17
2007	30 681,4	29 754,23	-8320,66	1367,633	34 045,68
2008	25 075,8	25 326,04	-4428,19	-705,514	22 801,2
2009	24 895,4	25 246,99	-79,0476	-860,279	20 192,34
2010	34 222,4	32 588,01	7341,016	766,5227	24 307,67
2011	26 744,1	27 268,39	-5319,62	956,5291	40 695,55
2012	25 777,8	25 893,8	-1374,59	-577,415	22 905,29
2013	29 719,8	29 792,13	3898,334	-689,062	23 941,79*

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.12. Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Wintersa)

Rok	Wyładunek	$F(t)$	$S(t)$	$C(t)$	Prognoza
1999	15 865,7			540,225	
2000	15 809,7			484,225	
2001	14 683,6			-641,875	
2002	14 942,9			-382,575	
2003	15 171,4	15 325,48	2446,4	389,3574	
2004	17 148,5	16 808,27	1482,795	452,9357	18 161,23
2005	17 338,4	18 020,68	1212,41	-650,655	18 744
2006	21 429,2	21 476,53	3455,851	-309,728	18 582,43

Tabela 5.12. cd. Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok (model Wintersa)

Rok	Wyładunek	$F(t)$	$S(t)$	$C(t)$	Prognoza
2007	27 954,8	27 223,13	5746,598	463,7403	24 622,65
2008	29 482,5	29 541,81	2318,68	341,6277	33 433,47
2009	24 864,5	26 340,09	-3201,72	-829,908	32 202,12
2010	31 018,5	30 263,5	3923,41	-78,3678	22 308,46
2011	35 497,4	34 923,58	4660,08	487,6607	34 108,54
2012	35 734	35 937,26	1013,688	223,2256	40 071,32
2013	36 818,7	37 557,91	1620,644	-810,199	37 174,18*

* Prognoza na 2014 rok.

Źródło: opracowanie własne.

Dysponując jedynie pojedynczym szeregiem staramy się ustalić relacje dynamiczne, jakie mogą zachodzić między różnymi obserwacjami badanego zjawiska [Górecki, 2007].

Biorąc pod uwagę dane o załadunkach i wyładunkach towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich za lata 1999-2013 skonstruowano model ARIMA oraz przy jego pomocy dokonano prognozy na rok 2014 (zob. tabela 5.13 i 5.14).

Tabela 5.13. Załadunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok. (Estymacja ARIMA, wykorzystane obserwacje 2000-2013 (N = 14) Zmienna zależna (Y): (1-L) Y)

Błędy standardowe na bazie Hessian					
	Współczynnik	Błąd stand.	Z	wartość p	
const	-631,253	204,672	-3,0842	0,00204	***
phi_1	1,31023	0,205016	6,3909	<0,00001	***
phi_2	-0,698841	0,192638	-3,6277	0,00029	***
theta_1	-1,9592	0,373795	-5,2414	<0,00001	***
theta_2	0,999997	0,373107	2,6802	0,00736	***
Średn. aryt. zm. zależnej	-260,0714		Odch. stand. zm. zależnej	4630,609	
Średnia zaburzeń los.	814,9341		Odch. st. zaburzeń los.	3066,986	
Logarytm wiarygodności	-135,0173		Kryt. inform. Akaike'a	282,0346	
Kryt. Bayes. Schwarza	285,8689		Kryt. Hannana-Quinna	281,6796	
	Rzeczywista	Urojona	Moduł	Okresowość	
AR					
Pierwiastek 1	0,9374	-0,7431	1,1962	-0,1067	
Pierwiastek 2	0,9374	0,7431	1,1962	0,1067	
MMA					
Pierwiastek 1	0,9796	-0,2010	1,0000	-0,0322	
Pierwiastek 2	0,9796	0,2010	1,0000	0,0322	

Dla 95% przedziału ufności, $z(0,025) = 1,96n$

Obs	Y	Prognoza	błąd standardowy	95% przedział
2014	Niezdefiniowana	29 631,9	3066,99	(23 620,7, 35 643,1)

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.14. Wyładunki towarów łącznie z tranzytem w polskich portach morskich w latach 1999-2013 wraz z prognozą na 2014 rok. (Estymacja ARIMA, wykorzystane obserwacje 2000-2013 (N = 14) Zmienna zależna (Y): (1-L) Y)

Błędy standardowe na bazie Hessian

	Współczynnik	Błąd stand.	Z	wartość p	
Const	1661,51	311,414	5,3354	<0,00001	***
phi_1	0,605191	0,282591	2,1416	0,03223	**
theta_1	-1	0,210229	-4,7567	<0,00001	***

Średn.aryt. zm. zależnej	1496,643	Odch.stand. zm. zależnej	2988,687
Średnia zaburzeń los.	-466,0573	Odch.st. zaburzeń los.	2575,923
Logarytm wiarygodności	-130,5663	Kryt. inform. Akaike'a	269,1327
Kryt. Bayes. Schwarza	271,6889	Kryt. Hannana-Quinna	268,8960

	Rzeczywista	Urojona	Moduł	Okresowość
AR				
Pierwiastek 1	1,6524	0,0000	1,6524	0,0000
MA				
Pierwiastek 1	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000

Dla 95% przedziału ufności, $z(0,025) = 1,96n$

Obs	Y	Prognoza	błąd standardowy	95% przedział
2014	niezdefiniowana	38025,9	2575,92	(32977,1, 43074,6)

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie modelu ARIMA można przyjąć, że w 2014 roku łączna wielkość towarów załadowanych w morskich portach w Polsce będzie się kształtować na poziomie 29 631,9 tys. ton, natomiast wyładunek wyniesie 38 025,9 tys. ton.

Proces, który dla zapewnienia stacjonarności wymaga d -krotnego różnicowania zapisujemy jako: $ARIMA(p,d,q)$. Procesy zintegrowane rzędu d oznaczamy ogólnie $I(d)$. Biorąc pod uwagę fakt, że większość szeregów makroekonomicznych przedstawiających strumienie lub zasoby powiązanych z liczbą ludności, takich jak produkcja lub zatrudnienie jest stopnia $I(1)$. Szeregi $I(2)$ wzrastają według stale rosnącej stopy. Są to w większości przypadków szeregi powiązane z poziomem cen [Górecki, 2007].

* * *

Obok metod ilościowych wykorzystywanych w logistyce w prognozowaniu popytu rynkowego stosowane są również metody intuicyjne, do których można zaliczyć takie metody, jak: ekspertów, delficka, „burzy mózgów”, scenariuszy oraz analogii historycznej [Dalkey, Helmer, 1963, s. 458-467; Gallupe, Dennis, Cooper, Valacich, Bastianutti, Nunamaker, 1992, s. 350-369; Aaker, 2001, s. 108].

We współczesnej ekonomii, w tym i w logistyce nie uciekniemy od metod ilościowych oraz coraz to bardziej zaawansowanych programów komputerowych [Michalewicz, Fogel, 2000]. Jednakże ekonomii nie można redukować tylko do jej aspektów ilościowych, ponieważ wielu złożonych procesów, które odgrywają ważną rolę w życiu gospodarczym, nie da się wyrazić za pomocą języka matematyki. Zawsze należy wziąć pod uwagę granice możliwości poznawczych modelu [Bogdanienko, 2009, s. 7].

Tym niemniej, również w owej współczesnej gospodarce światowej bardziej wyrafinowane podejście do procesu prognozowania wymaga stosowania aparatu ilościowego, który niewątpliwie prowadzić będzie do wykorzystywania rozbudowanych modeli przyczynowo-skutkowych na podstawie danych empirycznych, jednakże żadnej teorii ekonomicznej nie można wypracować bez koncepcji abstrakcyjnych, które opierają się na indukcji i dedukcji przy analizowaniu zjawisk ekonomicznych [Bogdanienko, 2009, s. 7].

Ta sytuacja powoduje, że mimo ułomności modeli zarówno matematyczno-statystycznych, jak i myślowych, póki co ludzkość nie dysponuje lepszymi narzędziami, które mogą służyć omawianym analizom, a jak to ułomne są metody niech czytelnikowi posłuży wyjaśnienie czym jest prognozowanie: *Forecasting is the art of saying what will happen, and then explaining why it didn't* [<http://www1.secam.ex.ac.uk/>, (02.02.2015)].

Streszczenie

Artykuł dotyczy możliwości wykorzystania metod prognozowania opartych na analizie szeregów czasowych do określania wielkości obrotów w portach morskich w przyszłości. Na wstępie dokonano przeglądu metod prognozowania, mających zastosowanie w predykcji wielkości obrotów w portach morskich. Następnie dokonano stosownych obliczeń i przedstawiono wyniki prognozowania obrotów w przyszłości na podstawie różnych metod prognozowania opartych na analizie szeregów czasowych, wykorzystując dane historyczne dotyczące wielkości zrealizowanych obrotów w przeszłości.

Summary

Forecasting Cargo Turnover at Sea Ports with the Use of Quantitative Methods

Over the last two decades a number of significant changes in the development of statistical and econometric methods has taken place. Along with the development of information technologies some new applications have been found for the quantitative methods, and they have been implemented to forecast processes in maritime logistics.

In contemporary world economy a more sophisticated approach to the process of forecasting is needed, and it requires application of a quantitative apparatus. This will undoubtedly result in the use of extended cause-and-effect models, most often including the statistical ones. The global expansion of economic operations, the fact that national economies become more and more open, and the liberalisation of international trade contribute to the acceleration of dynamic increase in the global commodity turnover. Moreover, all these factors also result in the increase in intensity and concentration of sea cargo flows and some changes in their type and geographical structure. These tendencies create advantageous conditions for the development of trade and maritime transport. It sets new challenges related to the optimisation of multi-industry sea-land transport chains which handle cargo flows.

The following publication presents basic models applied in maritime logistics while forecasting cargo turnover at sea ports. The most frequently used, classic and typical methods of forecasting development of a particular phenomenon in time, include the use of the average absolute growth, the average rate of changes and the functions of developmental tendency. The methods which apply the average absolute growth and the average rate of changes are referred to as intuitive methods, and they do not require any sophisticated instruments to be applied. A solution to problems connected with the application of forecast instruments discussed above can be the application of methods which are adjustable to the changes taking place in the mechanisms of the development of a phenomenon in time, namely: adaptation methods. Among such non-classic forecast methods, the forecasts obtained from the naive models are the simplest. This approach assumes that in the future a phenomenon will be subject to the same mechanisms as in the last known period of time.

It is possible to apply one of the following approaches: the naïve forecast – the level without any changes; the naïve forecast – the growth without any changes; the naïve forecast – the percentage growth without any changes. While constructing the forecasts of economic processes, more advanced models are also taken into consideration: the Brown's model, the Holt's model, the ARIMA model (Autoregressive Integrated Moving Average Process) or the Winter's model.

The selected models have been used to perform the analyses based on empirical data. The presented calculations have been provided based on the data published by Central Statistics Office which refer to the volume of goods loaded and unloaded (including transit) at Polish sea ports between 1999 and 2014. In the analytical part of the article, authors provide a separate forecast for loading and unloading, with the use of the following methods and also evaluate their efficiency.

Bibliografia

- Aaker D.A. (2001), *Strategic Market Management*, John Wiley & Sons, New York.
- Ballou R.H. (1992), *Business Logistics Management*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Brown R.G. (1963), *Smoothing Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, Prentice-Hall Englewood Cliffs, New York.
- Brown R.G. (1956), *Exponential Smoothing for Predicting Demand*, Arthur D. Little Inc., Cambridge, Massachusetts.
- Bogdanienko J. (2009), Rozważania nad rolą modelowania w prognozowaniu ekonomicznym, [w:] *Problemy zarządzania*, vol. 7, nr 4 (26), Wydział Zarządzania UW, Warszawa.
- Brockwell P.J., Davis R.A. (2009), *Time Series: Theory and Methods* (2nd ed.), New York, Springer.
- Chaberek M., Jezierski A., Mańkowski C., Reszka L. (2002), *Rachunek decyzyjny w logistyce zaopatrzenia*, Gdańska Wyższa Szkoła Humanistyczna, Gdańsk.
- Deistler M. (1988), *Statistical theory of linear systems*, Wiley series in probability and mathematical statistics. New York: John Wiley and Sons.
- Famous Forecasting Quotes, <http://www1.secam.ex.ac.uk/famous-forecasting-quotes.dhtml>, (07.12.2013).
- Główny Urząd Statystyczny, www.stat.gov.pl, (15.01.2015).
- Górecki B., *Podstawowy kurs nowoczesnej ekonometrii*, <http://www.math.uni.wroc.pl/~www.uczelniawarszawska.pl/upl/1223105394.pdf>, (01.03.2015).
- <http://janek.ae.krakow.pl/~czubekh/PiS/przyklady/model%20wintersa.ppt>
- Holt C.C. (1957): Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages, *Office of Naval Research Memorandum* 52. reprinted in Holt, Charles C. (January-March 2004), Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages, *International Journal of Forecasting* 20 (1).
- Kłóska R., Czyżycki R., (2009), *Klasyczne i nieklasyczne metody ekonometryczne w prognozowaniu obrotów ładunkowych w portach morskich*, Economicus, Szczecin.
- Kreiß J.-P., Neuhaus G. (2006), *Einführung in die Zeitreihenanalyse*, Springer, Berlin-Heidelberg.
- Michalewicz Z., Fogel D.B. (2000): *How To Solve It: Modern Heuristics*, Springer Verlag Berlin-Heidelberg.
- Mills T.C. (1990): Time Series Techniques for Economists. Cambridge University Press "NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods". NIST. Retrieved 2010-05-23.
- Production and Operations Analysis" Nahmias. (2009): Nahmias, Steven. *Production and Operations Analysis* (6th edition ed.).
- The Holt-Winters Forecasting Method, <http://www.ons.gov.uk/ons/guide-method/user-guidance/index-of-services/index-of-services-annex-b--the-holt-winters-forecasting-method.pdf>, Retrieved 3 June 2014.
- Winters P.R. (1960), *Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages*, *Management Science* 6 (3).
- Wolski Z.S. (1997), *Ilościowe metody zarządzania logistycznego w przedsiębiorstwie*, Toruńska Szkoła Zarządzania, Toruń.
- Wolski Z.S. (1998), *Strategia zarządzania zaopatrzeniem*, Wyd. Placet, Warszawa.
- Wolski Z.S. (2000), *Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie*, Warszawa.