

Monika Hadaś-Dyduch

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Prognozowanie wskaźników makroekonomicznych z uwzględnieniem transformaty falkowej na przykładzie wskaźnika inflacji

Streszczenie. Celem artykułu jest przedstawienie niekonwencjonalnego sposobu predykcji wskaźników makroekonomicznych, tzn. predykcji na podstawie prostego autorskiego modelu integrującego analizę falkową oraz sztuczne sieci neuronowe. Przykładową predykcję proponowanego modelu przedstawiono dla wskaźnika inflacji.

Zasadniczo proponowaną metodę predykcji wskaźników makroekonomicznych oparto w przeważającym stopniu na transformacie falkowej, ponieważ funkcje falkowe charakteryzują dobre własności lokalizacyjne zarówno względem czasu, jak i częstotliwości.

Słowa kluczowe: inflacja, analiza falkowa, sztuczna sieć neuronowa

Wprowadzenie

Podjęcie decyzji monetarnych, finansowych i inwestycyjnych jest związane z dużym ryzykiem. Dlatego ważnym czynnikiem minimalizującym ryzyko podejmowanych w tej kwestii decyzji są prognozy gospodarcze. Jedną z istotnych determinant wyznaczających przyszłe trendy gospodarki jest prognoza wskaźnika inflacji. Banki centralne zazwyczaj na bieżąco analizują wiele czynników mogących, bezpośrednio lub pośrednio, kształtować procesy inflacyjne. Wynika to głównie z niepewności co do tego, które z nich mają obecnie największy wpływ na inflację. Wśród monitorowanych zmiennych można wyróżnić m.in. wskaźniki produkcji

i koniunktury, agregaty monetarne, ceny dóbr importowanych i surowców na rynkach światowych, kursy walutowe, wskaźniki rynku pracy oraz stopy procentowe.

Znaczenie prognoz inflacji w polityce monetarnej ma również związek ze zmianą filozofii prowadzenia obecnej polityki. Coraz częściej odchodzi się bowiem od tradycyjnych strategii opartych na triadzie celów i wdraża strategię wieloparametryczne (modelowo-optymalizujące), w szczególności strategię bezpośredniego celu inflacyjnego (BCI) w różnych wersjach. Prowadząc politykę opartą na strategiach wieloparametrycznych, banki centralne nie koncentrują się na celu pośrednim, ale „patrzają na wszystko” – analizują szeroki zakres danych gospodarczych, w tym sięgają do prognoz inflacji. W literaturze dominuje pogląd, że prognoza inflacyjna jest częścią kompletnej strategii BCI, przyjmując w niej rolę celu pośredniego. Stosowanie narzędzi polityki zależy od systematycznego oszacowywania przyszłej (nie przeszłej czy obecnej) inflacji, a nie od subiektywnych przypuszczeń odnośnie do jej kształtowania się¹.

Prognoza inflacji może być wyznaczona na podstawie różnorodnych modeli. Przykładowo mogą to być prognozy na podstawie modeli autoregresji z wykorzystaniem metody autokowariancyjnej oraz na podstawie tradycyjnych modeli VAR czy FAVAR (ang. *Factor-Augmented Vector Autoregression*). Ponadto narzędziem dostarczającym syntetycznej informacji, zalecanym do bieżącego prognozowania inflacji, jest dynamiczny model czynnikowy DFM (ang. *Dynamic Factor Model*)². Technika łączenia informacji z dużego zbioru danych za pomocą modeli czynnikowych jest stosowana w analizach makroekonomicznych do rozwiązywania wielu podstawowych problemów badawczych. Wśród przykładów można wymienić wnioskowanie o syntetycznym stanie rynku lub gospodarki na podstawie danych zdezagregowanych³ czy modelowanie reakcji polityki pieniężnej na informacje pochodzące z dużego zbioru danych⁴. Modele czynnikowe stosowane są także do konstrukcji szeregów nieobserwowanych bezpośrednio, np. inflacji bazowej lub „czystej”⁵. Do podstawowych zastosowań modeli wykorzystujących

¹ Zob. M. Szyszko, *Prognozowanie inflacji w polityce pieniężnej*, C.H. Beck, Warszawa 2009.

² Zob. J.H. Stock, M.W. Watson, *Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes*, „Journal of Business and Economic Statistics” 2002, no. 20 (2), s. 147-162.

³ Zob. M. Forni, M. Lippi, *Aggregation and the Microfoundations of Dynamic Macroeconomics*, Oxford University Press, New York 1997; M. Del Negro, C. Otrok, *99 Luftballons: Monetary Policy and the House Price Boom Across U.S. States*, „Journal of Monetary Economics” 2007, no. 54 (7), s. 1962-1985.

⁴ Zob. B.S. Bernanke, J. Boivin, *Monetary Policy in a Data-rich Environment*, „Journal of Monetary Economics” 2003, no. 50 (3), s. 525-546; J. Boivin, M.P. Giannoni, *Has Monetary Policy Become More Effective?*, „Review of Economics and Statistics” 2006, no. 88 (3), s. 445-462.

⁵ Zob. R. Cristadoro, M. Forni, L. Reichlin, G. Veronese, *A Core Inflation Indicator for the Euro Area*, „Journal of Money, Credit and Banking” 2005, no. 37 (3), s. 539-560; M. Brzoza-Brzezina, J. Kotłowski, *Bez względu na stopa inflacji w gospodarce polskiej*, „Gospodarka Narodowa” 2009, nr 20 (9), s. 1-21.

wspólne czynniki jako zmienne objaśniające należy krótkookresowe prognozowanie stanu gospodarki, w tym PKB⁶ oraz stanu koniunktury gospodarczej⁷. Modele czynnikowe stały się również popularnym narzędziem bieżącego monitorowania i krótkookresowego prognozowania inflacji, np. w USA⁸, w Kanadzie⁹, w strefie euro¹⁰, a także w Polsce¹¹.

W artykule podjęto próbę prognozy inflacji z wykorzystaniem metod odmiennych od wyżej wymienionych, mianowicie na podstawie transformaty falkowej oraz sztucznych sieci neuronowych, jako metody alternatywnej do dotychczas stosowanych. Prognozę wskaźnika inflacji oparto na transformacie falkowej, ponieważ funkcję falkową charakteryzują dobre własności lokalizacyjne zarówno względem czasu, jak i częstotliwości. Dobre własności lokalizacyjne względem czasu wynikają z jej ograniczonego nośnika, co pozwala na uchwycenie lokalnych w czasie cech sygnału, analizowanego z wykorzystaniem transformacji falkowej. Dobra lokalizacja względem częstotliwości wynika z oscylacyjnego charakteru falki.

1. Analiza empiryczna zagadnienia

Jak już zostało wspomniane powyżej, prognozowania wskaźników makroekonomicznych, a w szczególności wskaźnika inflacji można dokonywać różnymi metodami i narzędziami. W artykule prognozę oparto na narzędziu będącym połączeniem analizy falkowej i sztucznej sieci neuronowej.

⁶ Zob. D. Giannone, L. Reichlin, D. Small, *Nowcasting: The Realtime Informational Content of Macroeconomic Data*, „Journal of Monetary Economics” 2008, no. 55 (4), s. 665-676, C. Schumacher, *Forecasting German GDP Using Alternative Factor Models Based on Large Datasets*, „Journal of Forecasting” 2007, no. 26 (4), s. 271-302.

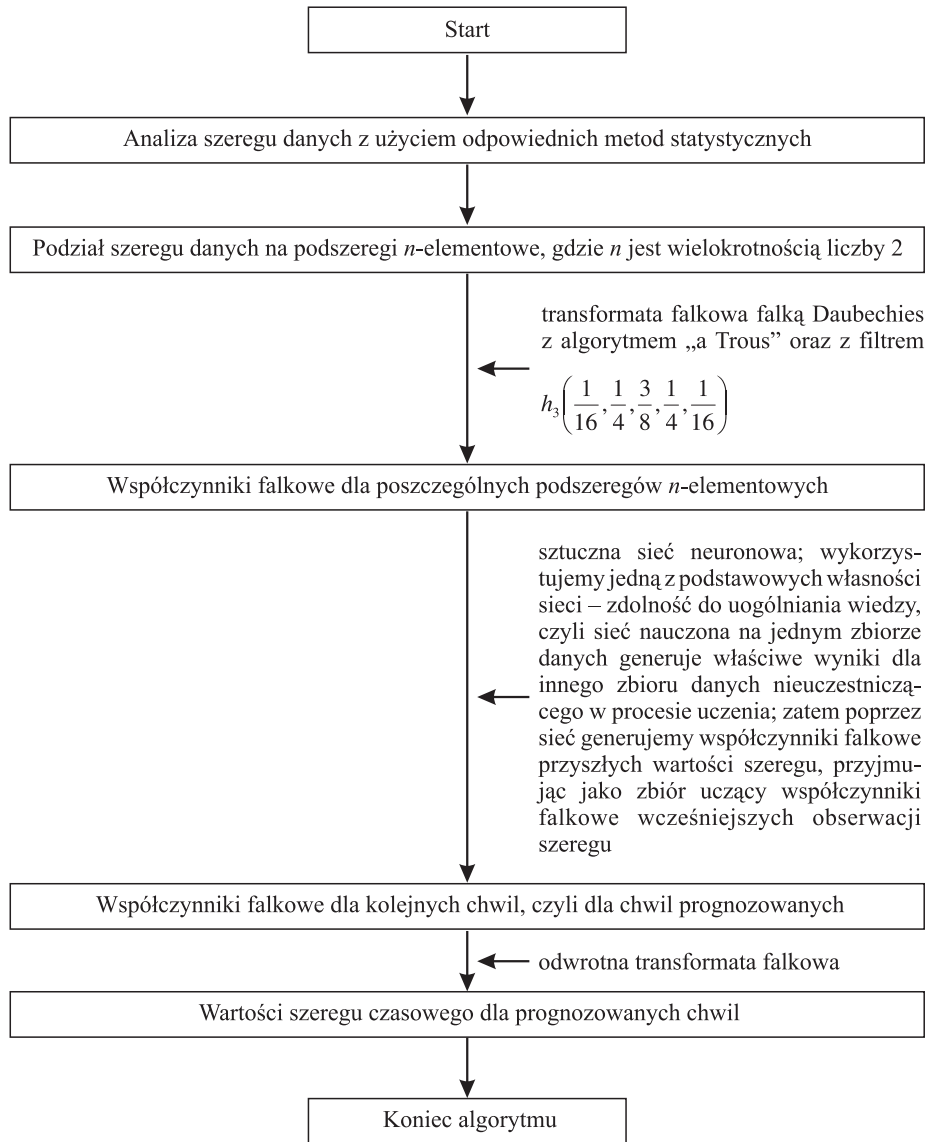
⁷ Zob. M. Forni, L. Reichlin, *Let's Get Real: A Factor Analytical Approach to Disaggregated Business Cycle Dynamics*, „The Review of Economic Studies” 1998, no. 65 (3), s. 453-473; B. Aruoba, F. Diebold, C. Scotti, *Real-Time Measurement of Business Conditions*, „NBER Working Paper” 2008.

⁸ Zob. J.H. Stock, M.W. Watson, *Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes*, „Journal of Business and Economic Statistics” 2002, no. 20 (2), s. 147-162.

⁹ Zob. M. Gosselin, G. Tkacz, *Using Dynamic Factor Models to Forecast Canadian Inflation: the Role of US Variables*, „Applied Economic Letters” 2010, no. 17 (1), s. 15-18.

¹⁰ Zob. M. Marcellino, J.H. Stock, M.W. Watson, *Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific versus Area-Wide Information*, „European Economic Review” 2003, no. 47 (1), s. 1-18.

¹¹ Zob. J. Kotłowski, *Forecasting Inflation with Dynamic Factor Model – the Case of Poland*, „Warsaw School of Economics Working Paper” 2008, no. 24.



Rys. 1. Schemat modelu

Źródło: opracowanie własne.

Połączenia analizy falkowej i sztucznych sieci neuronowych można dokonywać różnymi metodami. Jedną z wielu metod polega na użyciu czasu jako punktu odniesienia, czyli użyciu współczynników falkowych różnych skal w tym samym czasie w charakterze wektora wejścia w sieci neuronowej do predykcji przyszłych

danych. Inna metoda polega np. na użyciu skali jako punktu odniesienia, czyli użycie współczynników falkowych o różnych czasach w tej samej skali w charakterze wektora wejścia w sieci neuronowej do predykcji przyszłych danych.

W proponowanym modelu, połączenia analizy falkowej i sztucznych sieci neuronowych dokonano poprzez scalenie dwóch powyżej opisanych metod, których zintegrowanie powoduje, że wektor wejścia sieci neuronowej zawiera w sobie nie tylko współczynniki analizy falkowej różnych skal w tym samym czasie, ale także współczynniki falkowe różnych momentów w tej samej skali.

Postać modelu, na podstawie którego wykonano prognozę wskaźnika inflacji przedstawia schemat na rysunku 1.

Zgodnie z przedstawionym schematem, szereg czasowy w pierwszej kolejności poddano transformacji falkowej, używając algorytmu przedstawionego w paragrafie 1.1. Ponieważ próbka poddana transformacji falkowej musi zawierać liczbę obserwacji równą całkowitej potędze liczby 2, więc rzeczywisty szereg czasowy został ograniczony do parzystej liczby obserwacji. Kolejne etapy zaprezentowane na schemacie (rys. 1) z aplikacją dla wskaźnika inflacji opisane są w paragrafie 1.2 jako wyniki badania empirycznego.

1.1. Algorytm „a'trous”

Zakładamy, że dane $\{c_0(k)\}$ są iloczynem skalarnym z pikseli k funkcji $f(x)$ i funkcji skalującej, który odpowiada filtrowi dolnoprzepustowemu. Różnica sygnałów $\{c_0(k)\} - \{c_1(k)\}$ zawiera informacje pomiędzy dwoma skalami i dyskretnym zbiorem związanym z funkcją skalującą $\phi(x)$. Zatem spokrewnioną falką jest $\psi(x)$.

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = \phi(x) - \frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right). \quad (1)$$

Odległość pomiędzy próbkami powiększoną przez czynnik 2 ze skali $i - 1$ do następnej i dyskretną transformatę falkową $w_i(k)$ wyrażamy przez:

$$w_i(k) = c_{i-1}(k) - c_i(k), \quad (2)$$

gdzie

$$c_i(k) = \sum_l h(l)c_{i-1}(k + 2^{i-1}l). \quad (3)$$

Współczynniki $\{h(k)\}$ wyprowadzamy z funkcji skalującej $\phi(x)$:

$$0,5\phi\left(\frac{1}{2}x\right) = \sum_l h(l)\phi(x-l). \quad (4)$$

Algorytm pozwalający, by ponownie zbudować ramę danych jest oczywisty: ostatnia wygładzona macierz c_{n_p} jest dodawana do wszystkich w_i . Wybierając liniową funkcję skalującą, czyli funkcję postaci:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{dla } x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{dla } x \notin [-1, 1], \end{cases} \quad (5)$$

mamy

$$\frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{4}\phi(x+1) + \frac{1}{2}\phi(x) + \frac{1}{4}\phi(x-1). \quad (6)$$

Wówczas c_1 otrzymujemy z następującego wzoru:

$$c_1(k) = \frac{1}{4}c_0(k-1) + \frac{1}{2}c_0(k) + \frac{1}{4}c_0(k+1), \quad (7)$$

natomiast c_{j+1} , przy wykorzystaniu c_j , z zależności:

$$c_{j+1}(k) = \frac{1}{4}c_j(k-2^j) + \frac{1}{2}c_j(k) + \frac{1}{4}c_j(k+2^j). \quad (8)$$

1.2. Wyniki badania empirycznego

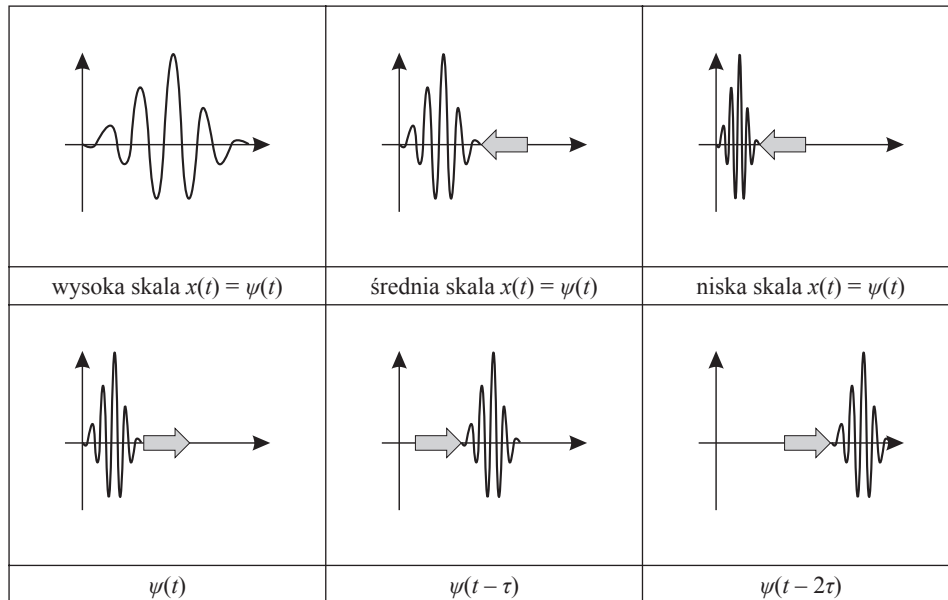
Celem badania było uzyskanie prognozy wskaźnika inflacji Polski obciążonej minimalnym błędem na podstawie modelu przedstawionego powyżej, integrującego sieci neuronowe i analizę falkową.

Badanie przeprowadzono na szeregu czasowym prezentującym wskaźnik inflacji Polski w okresie listopad 1991 – lipiec 2012 r.

Zgodnie z przedstawionym schematem (rys. 1) po dokonaniu odpowiedniej analizy statystycznej szeregu dokonujemy podziału szeregu prezentującego wskaźnik inflacji na podszeregi 8-elementowe. Następnie każdy z wyodrębnionych podszeregów 8-elementowych poddany zostaje transformacji falkowej algorytmem a'trous (opisanym w paragrafie 1.1), która pozwala na przeprowadzenie analizy czasowo-częstotliwościowej, przy czym częstotliwość jest tu reprezentowana przez skalę zagęszczenia falki. Jest to więc właściwie analiza czas-skala.

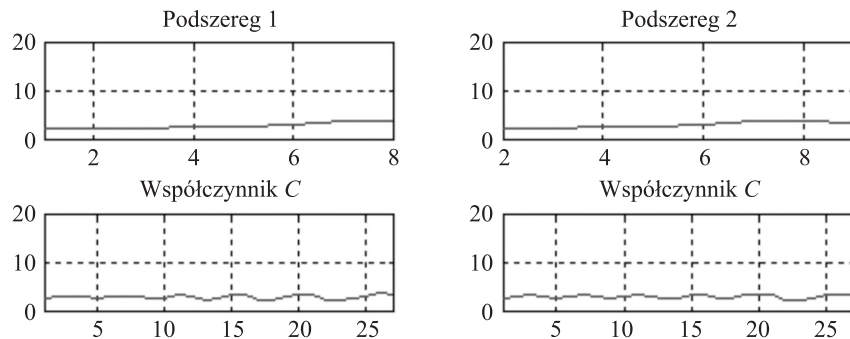
Transformata falkowa zastosowana dla każdego wyodrębnionego z szeregu prezentującego wskaźnik inflacji podszeregu 8-elementowego, oparta jest na falce Daubechies, która jest falką o zwartym nośniku. Zmiana rzędu falki wpływa na zmianę opisujących ją współczynników¹².

¹² Rodzina falek dyskretnych różni się skalą i przesunięciem zmiennym co 2. Przykład takiego zestawu falek przedstawia rysunek 2. Na rysunku tym przedstawiono również przykłady skalowania



Rys. 2. Przykłady skalowania falek

Źródło: J.T. Białasiewicz, *Falki i aproksymacje*, WNT, Warszawa 2000.

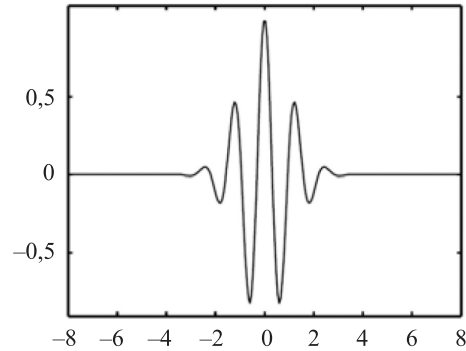


Rys. 3. Współczynniki C uzyskane po transformacji falkowej podszeregu 1 i 2

Źródło: opracowanie własne na podstawie uzyskanych wyników.

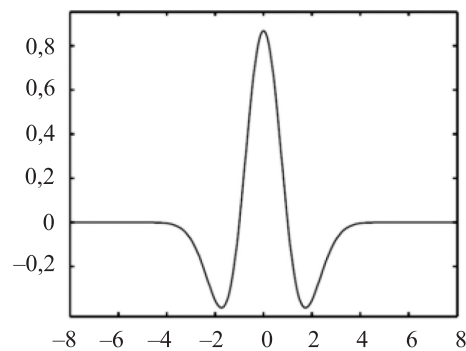
funkcji dla pewnej (typowej) falki. Proces skalowania falki może przebiegać w dwu kierunkach, określa się je mianem kompresji (ściskania) i rozciągania.

W przykładzie zamieszczonym w części górnej rysunku 2 do skalowania falki zastosowano kompresję. Drugi parametr rozkładu falkowego to przesunięcie. Sposób przesuwania falki w czasie przedstawiono w części dolnej rysunku 2.



Rys. 4. Falka analizująca Morleta

Źródło: J.T. Białasiewicz, op. cit.



Rys. 5. Falka analizująca „meksykański kapelusz”

Źródło: J.T. Białasiewicz, op. cit.

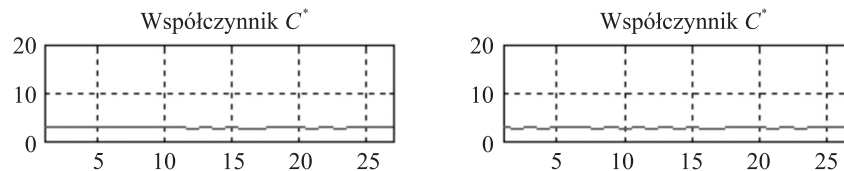
W wyniku zastosowania transformaty falkowej falką Daubechies dla podszeregu szeregu prezentującego wskaźnik inflacji otrzymujemy szereg współczynników falkowych, które dla podszeregu pierwszego i drugiego prezentują wykresy zawarte na rysunku 3.

Do badań można również zastosować inne falki, np. Meyera, Morleta¹³, Haara czy „meksykański kapelusz”¹⁴. Jednakże falka analizująca musi mieć skończoną energię oraz wartość średnią równą zero. W efekcie ma ona postać krótkotrwałej oscylacji, jak na rysunkach 4 i 5.

¹³ Falka Morleta jest przydatna do rozkładu amplitud i częstotliwości wchodzących w skład sygnału.

¹⁴ Falka „meksykański kapelusz” jest przydatna do oceny rozkładu i wartości lokalnych minimów i maksimów sygnału.

W wyniku zastosowania odwrotnej transformaty falkowej dla podszeregów 8-elementowych otrzymujemy dla analizowanego szeregu współczynniki falkowe oznaczone jako C^* . Dla podszeregów 1 i 2 współczynniki przedstawia rysunek 6.



Rys. 6. Wartości współczynników falkowych tzw. współczynników C^* uzyskanych z odwrotnej transformaty falkowej dla podszeregów 1 i 2

Źródło: opracowanie własne na podstawie uzyskanych wyników.

Na podstawie otrzymanych współczynników generujemy znowu nowe 8-elementowe szeregi.

W kolejnym kroku w wyniku zainicjowania działania sieci neuronowej otrzymujemy nowe współczynniki transformaty falkowej w formie macierzy, tzn. współczynniki dla wyznaczenia wskaźnika inflacji dla okresu prognozowanego.

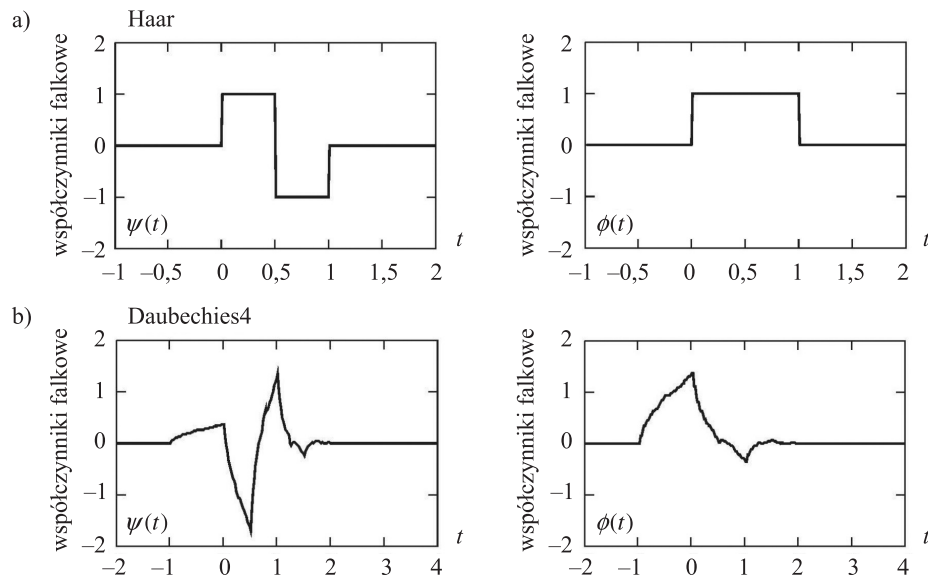
Otrzymanie współczynników falkowych dla nowego okresu czasowego było możliwe dzięki wygenerowanym wcześniej współczynnikom transformaty falkowej dla próbek od 1 do 223. Wykorzystując współczynniki falkowe wygenerowane przez sieć neuronową skonstruowano poprzez odwrotną transformatę falkową wartości wskaźnika inflacji dla zadanego okresu prognozy. Otrzymany 8-elementowy podszereg 224* prezentuje wskaźnik inflacji dla Polski w okresie sierpień 2012 – marzec 2013 r.

2. Interpretacja otrzymanych wyników

Współczynniki falkowe otrzymane w wyniku transformaty falkowej falki Daubechies zostały otrzymane z funkcji bazowych $\psi(t)$ i funkcji skalujących $\phi(t)$ falek pokazanych na rysunku 7.

Otrzymany na podstawie schematu (rys. 1) zarysowanego w rozdziale 1 podszereg szeregu głównego, prezentujący wskaźnik inflacji dla Polski w okresie sierpień 2012 – październik 2012 r., ma postać: 3,82; 3,8; 3,42.

Otrzymane wartości obarczone są błędem (tabela); skalę odchylenia wartości rzeczywistych od wartości otrzymanych na podstawie modelu prezentuje rysunek 8.



Rys. 7. Funkcja bazowa (falka matka) $\psi(t)$ i funkcja skalująca (falka ojciec) $\phi(t)$:
a) falki Haara, b) falki Daubechies4

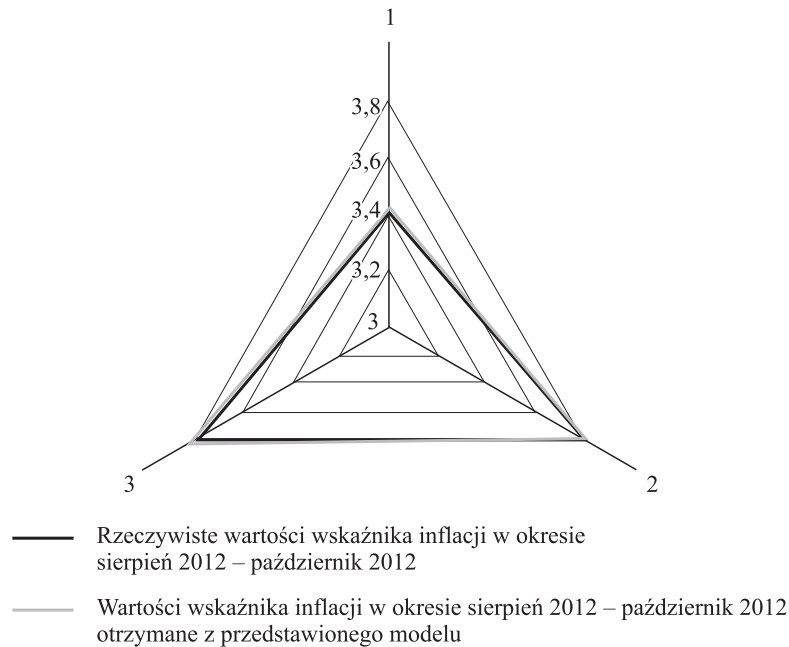
Źródło: J.T. Białasiewicz, op. cit.

Tabela. Rzeczywiste a prognozowane wartości wskaźnika inflacji
w okresie sierpień 2012 – październik 2012

Rzeczywiste wartości wskaźnika inflacji w okresie sierpień 2012 – październik 2012	Wartości wskaźnika inflacji w okresie sierpień 2012 – październik 2012 otrzymane z przedstawionego modelu
3,4	3,42
3,8	3,80
3,8	3,82

Źródło: opracowanie własne na podstawie uzyskanych wyników.

Porównując otrzymane wartości z wartościami rzeczywistymi (tabela) można stwierdzić, że wygenerowany przez algorytm podszereg z błędem e^{-12} jest dobrym odzwierciedleniem szeregu rzeczywistego. Zatem przedstawiony algorytm jest skutecznym narzędziem w prognozowaniu wskaźnika inflacji.



Rys. 8. Zestawienie odchylenia wartości rzeczywistych z wartościami otrzymanymi z modelu

Źródło: opracowanie własne na podstawie uzyskanych wyników.

Zakończenie

Zaprezentowane wyniki pokazują, że zastosowanie modelu opartego na analizie falkowej i sztucznych sieciach neuronowych jest uzasadnione w świetle analizowanych danych. Można stwierdzić, że przedstawiony model może być skutecznym narzędziem prognozowania wskaźników makroekonomicznych, których przewidywanie jest bardzo trudne ze względu na złożoność mechanizmu tego rynku, a zwłaszcza czynników oddziałujących na ten rynek.

Literatura

- Aruoba B., Diebold F., Scotti C., *Real-Time Measurement of Business Conditions*, „NBER Working Paper” 2008.
- Bernanke B.S., Boivin J., *Monetary Policy in a Data-rich Environment*, „Journal of Monetary Economics” 2003, no. 50 (3), s. 525-546.

- Białasiewicz J.T., *Falki i aproksymacje*, WNT, Warszawa 2000.
- Boivin J., Giannoni M.P., *Has Monetary Policy Become More Effective?*, „Review of Economics and Statistics” 2006, no. 88 (3), s. 445-462.
- Brzoza-Brzezina M., Kotłowski J., *Bezwzględna stopa inflacji w gospodarce polskiej*, „Gospodarka Narodowa” 2009, nr 20 (9), s. 1-21.
- Cristadoro R. Forni, M., Reichlin L., Veronese G., *A Core Inflation Indicator for the Euro Area*, „Journal of Money, Credit and Banking” 2005, no. 37 (3), s. 539-560.
- Del Negro M., Otrok C., *99 Luftballons: Monetary Policy and the House Price Boom Across U.S. States*, „Journal of Monetary Economics” 2007, no. 54 (7), s. 1962-1985.
- Gosselin M., Tkacz G., *Using Dynamic Factor Models to Forecast Canadian Inflation: the Role of US Variables*, „Applied Economic Letters” 2010, no. 17 (1), s. 15-18.
- Giannone D., Reichlin L., Small D., *Nowcasting: The Realtime Informational Content of Macroeconomic Data*, „Journal of Monetary Economics” 2008, no. 55 (4), s. 665-676.
- Forni M., Lippi M., *Aggregation and the Microfoundations of Dynamic Macroeconomics*, Oxford University Press, New York 1997.
- Forni M., Reichlin L., *Let's Get Real: A Factor Analytical Approach to Disaggregated Business Cycle Dynamics*, „The Review of Economic Studies” 1998, no. 65 (3), s. 453-473.
- Kotłowski J., *Forecasting Inflation with Dynamic Factor Model – the Case of Poland*, „Warsaw School of Economics Working Paper” 2008, no. 24.
- Marcellino M., *Forecast Pooling for European Macroeconomic Variables*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics” 2004, no. 66 (1), s. 91-112.
- Marcellino M., Stock J.H., Watson M.W., *Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific versus Area-Wide Information*, „European Economic Review” 2003, no. 47 (1), s. 1-18.
- Misiti M., Misiti T., Oppenheim G., Poggi J.M., *Wavelet toolbox. User's Guide*, The MathWorks 2002.
- Rak R., Makowski A., *Czasowo-częstotliwościowa analiza sygnałów*, „Przegląd Elektrotechniczny” 2004, nr 5, s. 515-520.
- Schumacher C., *Forecasting German GDP Using Alternative Factor Models Based on Large Datasets*, „Journal of Forecasting” 2007, no. 26 (4), s. 271-302.
- Stock J.H., Watson M.W., *Forecasting Using Principal Components From a Large Number of Predictors*, „Journal of the American Statistical Association” 2002, no. 97 (460), s. 1167-1179.
- Stock J.H., Watson M.W., *Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes*, „Journal of Business and Economic Statistics” 2002, no. 20 (2), s. 147-162.
- Szyszkowski M., *Prognozowanie inflacji w polityce pieniężnej*, C.H. Beck, Warszawa 2009.

Forecasting macroeconomic indicators including wavelet transform. The example of inflation rate

Summary. The purpose of this article is present an unconventional method of prediction of macroeconomic indicators, which is based on a simple model that integrates proprietary wavelet analysis and artificial neural networks. An example of prediction of the proposed model shows the rate of inflation. Basically, the proposed method of predicting macroeconomic indicators are to a large degree based levels of wavelet transform, since wavelet functions are characterized by good localization properties both in time and frequency.

Key words: inflation, wavelet analysis, artificial neural network