Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu
Nr 7(45)/2014

Wiesław Łuczyński

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

Modyfikacja dynamiki gospodarczej Niemiec (analiza empiryczna wybranych danych realnych i koniunkturalnych w latach 1947-2013)

Streszczenie. W ekonomii nie występują wielkości stałe jak w naukach przyrodniczych. Społeczna natura przedmiotu ekonomii wymaga użycia metod eksperymentalnych. Potraktowanie procesów gospodarczych jako procesów samopodobnych pozwala podjąć dyskusję z argumentacją szkoły austriackiej o niepowtarzalności i nieprzewidywalności zdarzeń gospodarczych. W artykule podjęto próbę ustalenia punktów zwrotnych w dynamice gospodarczej Niemiec. W tym celu zastosowano analizę falkową (dla danych oryginalnych, danych rozmytych i danych przefiltrowanych filtrami Kalmana oraz Hodricka–Prescotta). Z kolei dzięki analizie widmowej wyjawiono zmianę struktury harmonicznej badanych szeregów czasowych oraz zmianę ich portretów fazowych. W układach persystentnych (wzmacniających trendy) wyraźnie wyrażona regularność występuje rzadko. Procedura rozmycia szeregów czasowych oryginalnych i przefiltrowanych zwiększa wariancję w obszarze niskich częstotliwości. Pozwala to na pozytywne zweryfikowanie hipotezy o występowaniu w szeregach rozmytych tzw. długiej pamięci, niewidocznej w sygnale nierozmytym. Przeprowadzone badania mogą stać się punktem wyjściowym potraktowania dynamiki gospodarczej jako nieliniowych systemów chaotycznych.

Słowa kluczowe: filtr Hodricka–Prescotta, filtr Kalmana, zbiór rozmyty, analiza falkowa, analiza spektralna, wykładnik Hursta, układ persystentny, układ antypersystentny, portret fazowy

Wstęp

W ekonomii nie istnieją stałe analogiczne do stałych fizycznych w naukach przyrodniczych. Niematerialna natura przedmiotu ekonomii wymusza zastosowanie metod zasadniczo odmiennych od eksperymentów laboratoryjnych.

Reinterpretacja procesów gospodarczych jako procesów samopodobnych pozwala podważyć argumentację szkoły austriackiej o niepowtarzalności i nieprzewidywalności zjawisk gospodarczych. W artykule podjęta została próba ustalenia punktów zwrotnych zmian dynamiki gospodarczej. W tym celu wykorzystano analizę falkową (w odniesieniu do danych oryginalnych, danych przefiltrowanych filtrami Kalmana i Hodricka-Prescotta oraz danych rozmytych). Analiza spektralna z kolei pozwoliła wyjawić zmianę struktury cyklicznej szeregów czasowych. Badanie stanowi wstępny etap w weryfikacji hipotezy, że procesy dynamiki gospodarczej można odnieść do nieliniowych systemów chaotycznych.

Ludwig von Mises pisze: „Ekonomia nie jest – jak wciąż powtarzają niedouczeni pozytywiści – zacofana, ponieważ nie posługuje się metodami «ilościowymi». Ekonomia nie jest ilościowa i nie zajmuje się mierzeniem, ponieważ nie bada wielkości stałych. Dane statystyczne na temat zdarzeń gospodarczych są danymi historycznymi”[1]. Argument braku stałych zależności w ekonomii nie jest bezpodstawny. Czy zatem ekonomiści mogą stosować metody przejęte z nauk ścisłych? Jeżeli w ekonomii nie istnieją stałe, analogiczne do stałych fizycznych w naukach przyrodniczych, to wszelkie próby eksperymentalnego ustalenia takich stałych zależności są skazane na niepowodzenie. Nie można bowiem dowieść istnienia czegoś, co nie istnieje. Materiał empiryczny, jakim dysponują ekonomiści, ma charakter historyczny. Czy rejestrowane przez statystyków obserwacje są niepowtarzalne i nieprzewidywalne? Czy może za pozorną zmiennością zjawisk ekonomicznych kryją się względnie trwałe relacje i zależności? Czy następnie stopień zmienności/niezmienności relacji ekonomicznych poddaje się kwantyfikacji?

Ogólnie biorąc, metody analizy szeregów czasowych można podzielić na metody analizy w odniesieniu do częstotliwości (ang. *frequency domain*) i w odniesieniu do (liniowego) czasu (ang. *time domain*). W modelach analizy względem częstości szereg czasowy X_t wyrażony jest jako suma niezależnych wzajemnie krzywych sinus i cosinus z losowo zmieniającymi się i nieskorelowanymi amplitudami Y i Z wahań o częstotliwościach f_j:

$$X_t = \mu + \sum_j [Y_j \cos(2\pi f_j t) + Z_j \sin(2\pi f_j t)],$$

gdzie częstości f_1, f_2, f_3, …, różnią się o pewną stałą Δf, a amplitudy mają zerowe wartości oczekiwane i wariancje $\sigma^2(f_j)$. Celem analizy widmowej (spektralnej) jest ustalenie rozkładu wariancji szeregu czasowego X_t pomiędzy wahania o różnych częstotliwościach. Analiza fourierowska ma poważną wadę: proces transformacji z dziedziny czasowej w dziedzinę częstościową wiąże się z utratą informacji. Na podstawie przekształcenia Fouriera nie można bowiem zidentyfikować momentu

[1] L. von Mises, *Ludzkie działanie. Traktat o ekonomii* (przekład W. Falkowski), Wyd. Instytutu Ludwiga von Misesa, Warszawa 2007, s. 48.

zdarzenia wyraźnie umiejscowionego w szeregu czasowym. Aby zmniejszyć utratę informacji przy przejściu z dziedziny czasu w dziedzinę częstości szeregów niestacjonarnych, D. Gabor zastosował (w 1946 r.) przekształcenie Fouriera wykonywane na kolejnych fragmentach szeregu czasowego „wycinanych" przez przesuwające się okno o określonej długości[2]. Procedura ta zakłada apriorycznym wybór szerokości przesuwającego się okna, które nie ulega zmianie wraz ze zmianą częstotliwości. Tymczasem wiele procesów dynamicznych wymaga bardziej elastycznego podejścia w doborze szerokości przesuwającego się okna. Taka zmienność okna pozwoliłaby z większą precyzją ustalić rozwój zjawiska względem czasu i względem częstotliwości.

Analiza falkowa to dalsza modyfikacja opisanej techniki okienkowania z wykorzystaniem zmiennego rozmiaru przesuwającego się okna. Analiza ta dopuszcza szersze okna dla niskich częstości i węższe okna dla częstości wysokich. Zauważyć należy, że analiza falkowa nie zawiera czasowo-częstościowych odniesień, lecz raczej odniesienia względem skali czasu. Falki wąskie są przesuwane w czasie o niewielki krok, tak aby pokryć całą oś czasu przy danej skali czasowej, falki szersze natomiast przesuwane są w czasie z większym krokiem[3].

Jeżeli falka podstawowa dla ustalonej skali m ma postać:

$$\psi_{m0}(t) = 2^{-\frac{m}{2}}\psi(2^{-m}t),$$

to stąd

$$\psi_{mn} = \psi_{m0}(t - 2^m n),$$

co oznacza, że falki Ψ_{mn} przesuwane są w czasie z krokiem 2^m na poziomie skali m. Kolejne potęgi dwójki wyznaczają próbkowanie na osi skali. Zatem jeżeli częstotliwość widma falki podstawowej wynosi ω_0, to widmo falki n-tej będzie miało częstotliwość $\omega_0/2^m$. Analiza falkowa jest w istocie analizą częstotliwościową, polegającą na iteracyjnym procesie dwukanałowej (dolno- i górnoprzepustowej) filtracji sygnału na kanale dolnoprzepustowym. Sygnał uzyskany w wyniku zastosowania filtru dolnoprzepustowego jest poddawany (po dwukrotnym zmniejszeniu jego liczebności) ponownej filtracji dolno- i górnoprzepustowej. Każdorazowe dwukrotne zmniejszenie mocy zbioru próbek uzasadnione jest zmniejszaniem częstotliwości sygnału: uzyskiwany w wyniku filtracji sygnał ma w przybliżeniu dwukrotnie mniejsze pasmo częstotliwości niż sygnał poddany procedurze filtracji.

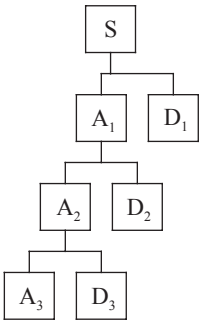
Odporność sygnałów cyfrowych na przypadkowe zakłócenia, łatwość ich generowania oraz względna prostota obróbki leżą u podstaw rosnącej powszechności zastosowania cyfrowych systemów przesyłania informacji (np. w telekomunikacji). Sytuację, gdy cyfrowy przekaz może (przy spełnieniu określonych warunków)

[2] O doborze optymalnej długości okna zob. G.S. Maddala, *Ekonometria*, red. nauk. przekładu M. Gruszczyński, WN PWN, Warszawa 2006, s. 456.

[3] Zob. J.T. Białasiewicz, *Falki i aproksymacje*, WNT, Warszawa 2000, s. 67-72.

z powodzeniem imitować rzeczywistość, przewidział Bertrand Russell, kiedy w 1916 r. pisał: „Świat, w którym każdy ruch składałby się z ciągu małych skończonych drgnień, byłby empirycznie nieodróżnialny od świata, w którym ruch byłby ciągły”[4]. W wyniku kolejnych iteracji analizowany oryginalny dyskretny sygnał S rozszczepiamy na niepoddawaną dalszej filtracji składową wysokoczęstotliwościową, zwaną detalem (D_j) oraz składową niskoczęstotliwościową, zwaną aproksymacją (A_j). Aproksymacja A_j ulega w kolejnym kroku dalszej dekompozycji na detal D_{j+1} i aproksymację A_{j+1} itd., przy czym okres próbkowania w czasie 2^j jest dla każdego poziomu rozdzielczości inny i wyraża zmianę skali sygnału. Zmniejszenie skali oznacza dodanie nowych obserwacji (w połowie okresu próbkowania), zwiększenie zaś – usunięcie części (ściśle – połowy co drugiej obserwacji) próbek.

Drzewo dekompozycji falkowej sygnału S można przedstawić następująco:



Rys. 1. Drzewo dekompozycji falkowej sygnału[5]

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie J.T. Białasiewicz, *Falki i aproksymacje*, op. cit., s. 72.

Liczba poziomów dekompozycji jest nieograniczona, jednak wybieramy taką, która pozwoli zrealizować założony cel czy hipotezę badawczą z określoną dokładnością (prawdopodobieństwem popełnienia błędu). Detale zawierają przeważnie wysokoczęstotliwościowy szum, aproksymacje zaś mniej szumu niż sygnał oryginalny. Pełna informacja o sygnale dana jest w wielorozdzielczej jego reprezentacji, składającej się ze wszystkich detali oraz aproksymacji najniższego poziomu rozdzielczości.

Ważną zaletą analizy falkowej jest jej zdolność do wykrywania nieciągłości w analizowanym ciągu obserwacji, niewykrywalnych za pomocą innych instrumentów analizy sygnałów i niewidocznych gołym okiem. Transformata Fouriera nie pozwala na wykrycie pojedynczego zdarzenia w analizowanym szeregu czasowym. W sytuacji zmiany długookresowej struktury częstościowej sygnału, identyfikacja momentu skokowej (nieciągłej) zmiany dynamiki gospodarczej może mieć

[4] B. Russell, *Wstęp do filozofii matematyki*, Wyd. Fundacja Aletheia, Warszawa 2003, s. 184.

[5] $S=A_1+D_1=A_2+D_2+D_1=A_3+D_3+D_2+D_1$.

kapitalne znaczenie w prognozowaniu, polityce gospodarczej, wyborze strategii przedsiębiorstwa itp. Nagła zmiana częstości jest najwyraźniej zaznaczona przez „igły" w ciągach współczynników detali dwóch najwyższych poziomów (detale D_1 i D_2), w których duża rozdzielczość łączy się z wąskim widmem częstotliwościowym i dużą częstotliwością środkową. Falka tego typu jest silnie związana ze składową wysokoczęstościową i jest praktycznie niezależna od pozostałych obserwacji.

Filtr matematyczny F to operator transformacji (przetwarzania) danego (wejściowego sygnału) szeregu czasowego $\{y_t\}$ w inny (wyjściowy sygnał) szereg czasowy $\{z_t\}$. Transformacja taka nosi nazwę filtracji[6]: $\{y_t\} \rightarrow \boxed{F} \rightarrow \{z_t\}$.

W zasadzie wszelkie przekształcenia szeregów czasowych związane z ich (szeregów) analizą, prognozowaniem, modelowaniem, sterowaniem itp. można potraktować jako filtrację. Filtry cyfrowe znajdują zastosowanie m.in. w ekonomii do wygładzania szeregów czasowych, usuwania niepożądanych wahań (sezonowych, przypadkowych, wysoko- lub niskoczęstościowych itp.), prognozowania i modelowania procesów ekonomicznych.

Szeroki spektr filtrów można podzielić według rozmaitych kryteriów: celu (analiza i wygładzanie, prognozowanie), działania (dolnoprzepustowe, górnoprzepustowe i wszechprzepustowe, pasmowoprzepustowe i pasmowozaporowe), konstrukcji (liniowe i nieliniowe, symetryczne i asymetryczne, rekursywne i nierekursywne, niezmienne w czasie, adaptacyjne) i in. Do oceny filtrów można zastosować w obszarze czasu funkcję autokorelacji (ACF) lub autokorelacji cząstkowej (PACF). W obszarze częstotliwości natomiast – funkcję transformacji lub funkcję odpowiedzi częstotliwościowej[7].

W celu uzyskania stacjonarności statystycznej (wolnozmienności) szeregów ekonomicznych można zastosować procedurę wstępnego wybielania danych. Polega ona na wykorzystaniu funkcji przynależności, określającej na elementach szeregu czasowego czasowouporządkowany zbiór rozmyty[8]:

---

[6] Zob. H. Rinne, K.Specht, *Zeitreihen. Statistische Modellierung, Schätzung und Prognose*, Verlag Franz Vahlen, München 2002, s. 108-122.

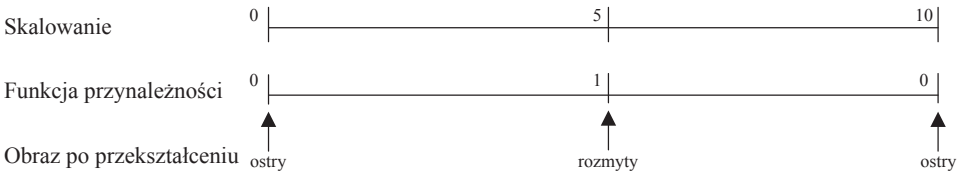
[7] Zob. ibidem, s. 109; T. P. Zieliński, *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa 2007, s. 276; D. Stranneby, *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Metody, algorytmy, zastosowania*, Wyd. BTC, Warszawa 2004, s. 132; Z Wośko, *Czy filtry liniowe są przydatnymi narzędziami badania koniunktury? Analiza spektralna na przykładzie ankietowych wskaźników koniunktury*, s. 4, www.ae.katowice.pl/images/user/File/katedra_ekonomii/ [23.05.2013].

[8] S. Chanas, *Wybrane problemy badań operacyjnych z rozmytymi parametrami*, Wrocław 1988; E. Czongała, W. Pedrycz, *Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych*, PWN, Warszawa 1985; K. Jajuga, *Zbiory rozmyte w zagadnieniu klasyfikacji*, „Przegląd Statystyczny" 1984, nr 3/4, s. 11-24; J. Kacprzyk, *Wieloetapowe podejmowanie decyzji w warunkach rozmytości*, PWN, Warszawa – Łódź 1983; J. Kacprzyk, *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa 1986, s. 26-29, 74-77, 276-287, 492-499; J. Kacprzyk, M. Fedrizzi, *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech/Physica, Warszawa – Heidelberg 1991; C. Ponsard, *Rozmyte przestrzenie ekonomiczne*, w: *Ekonomiczna analiza przestrzenna*, red. C. Ponsard, Wyd. AE, Poznań 1992, s. 285-314; J. Wołoszyn, *Grafy rozmyte i możliwości ich wykorzystania w ekonomii*, Wyd. AE, Kraków 1990; W. Ostasiewicz, *Zastosowanie zbiorów rozmytych*

1) Po wyskalowaniu danych źródłowego szeregu czasowego x_i otrzymujemy szereg $Z_i = \forall\left(i = 1,2,\ldots,n\right)\frac{10x_i}{x_{\max}}$, do którego zastosujemy funkcję przynależności:

2) $f:\{Z_i\} \to [0,1], f\left(Z_i\right) = 1 - \left|1 - 0.2Z_i\right|$.

Przekształcenie szeregu czasowego można zilustrować graficznie:



Filtr Kalmana[9] (od nazwiska R.E. Kalmana) jako rekursywny, liniowy, adaptacyjny (a ponadto dyskretny, zmienny w czasie oraz mający skończoną wymiarowość) miał początkowo zastosowania techniczne i stopniowo został zaadaptowany do ekonometrii i statystyki. Filtr ten fitruje szeregi czasowe (sygnały) opierając się raczej na ich własnościach statystycznych niż spektralnych. Filtr Kalmana w modelach przestrzeni stanów dla szeregów czasowych pełni analogiczną rolę jak metoda najmniejszych kwadratów w modelach regresji. Standardowa filtracja za pomocą rekursywnej, adaptacyjnej estymacji zakładanego (nieobserwowalnego) wektora **x** na podstawie obserwacji **z** i zakłóceń pomiarowych **v** sprowadza się do minimalizacji błędu sumy kwadratów związanego z błędem (szumem) estymaty wektora **x**: **z**=**Hx**+**v**, gdzie na wektor **x** składa się *N* zmiennych, a na wektor **z** – *M* zmiennych. Stąd jakość oszacowania (estymacji) wektora **x** oceniana jest jako $\mathrm{Min}\left(\hat{v}_1^2 + \hat{v}_2^2 + \cdots + \hat{v}_M^2\right) = \mathrm{Min}\sum_{i=1}^{M}\hat{v}_i^2$. Sytuacja pomiarowa w przypadku filtra Kalmana jest inna, minimalizowana jest bowiem wartość oczekiwana funkcji jakości estymacji (estymata wariancji): $\mathrm{Min}\{E[\left(x-\hat{x}\right)^T \cdot \left(x-\hat{x}\right)]\}$. Nie jest to, jak w przypadku estymacji RLS (ang. *Recursive Least Squares*), suma kwadratów błędów (szumów) pomiaru.

w ekonomii, PWN, Warszawa 1986, s. 65, 98-101; W. Łuczyński, *Analiza dynamiki procesów gospodarczych Niemiec w latach 1949-1996*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 1998, s. 180-181.

[9] Zob. T.P. Zieliński, op. cit., s. 408-419; D. Stranneby, op. cit., s. 134-150; R. Kleinbauer, *Kalman Filtering Implementation with Matlab*, Study Report in the Field of Study Geodesy and Geoinformatics at Universität Stuttgart, Helsinki, November 2004, s. 5-17; Ch. Chatfield, *Time-Series Forecasting*, Chapman& Holl/CRC, London, New York 2000, s. 92-93; G.K. Pasricha, *Kalman Filter and its Economic Applications*, University od California, Santa Cruz, 15 October 2006, http://mpra.ub.uni-muenchen.de/22734/1/MPRA_paper_22734.pdf [23.05.2013]; A.C. Harvey, *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press, Cambridge 2001, s. 104-112; Ch. Tandon, A. Khursheet, N. Gupta, *Kalman Filter and its Applications*, LAP LAMBERT Academic Publishing, Saabrücken 2010, s. 10-24; *Kalman Filtering and Neural Networks*, red. S. Haykin, John Wiley & Sons, Toronto 2001, s. 5-20; S. Haykin, *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd ed., Pearson Education, New Jersey 2009, s. 732-777; Z. Weng, *An R Package for Continuous Time Autoregressive Models via Kaman Filter*, http://cran.r-project.org/web/packages/cts/vignettes/kf.pdf [23.05.2013].

Matematyczna strona pomiaru za pomocą filtra Kalmana (estymacja minimalno-średniokwadratowa, MMS, ang. *Minimum Mean Squares*) jest zdecydowanie inna niż filtra RLS:

$$\begin{cases} x(k+1) = F(k) \cdot x(k) + w(k) \leftarrow \text{model procesu} \\ z(k+1) = H(k+1) \cdot x(k+1) + v(k+1) \leftarrow \text{model pomiaru.} \end{cases}$$

Pierwsze z dwóch równań opisuje obserwacje procesu, drugie natomiast – dokonany na danym procesie pomiar. Algorytm filtra Kalmana można w sposób uproszczony przedstawić w następujących krokach[10]:

1) poprzednia estymata stanu procesu,
2) prognoza nowego stanu,
3) prognoza nowego pomiaru,
4) nowy pomiar,
5) błąd prognozy pomiaru,
6) korekta estymaty stanu,
7) powrót do punktu pierwszego.

W przypadku filtra Kalmana (FK), gdy szum ma charakter gaussowski, dowodzi się, że jest on najlepszym filtrem. Gdy szum jest niegaussowski, FK jest najlepszym filtrem liniowym.

W ekonomii filtry Kalmana znajdują zastosowanie w wygładzaniu i filtrowaniu przebiegów czasowych, prognozowaniu, modelowaniu nieliniowym, estymacji parametrów modeli ARMA, uogólnionej metodzie najmniejszych kwadratów (GLS ang. *generalised least squares method*) oraz identyfikacji układów liniowych, w sztucznych sieciach neuronowych, w synchronizacji układów chaotycznych[11] i in.

Robert J. Hodrick i Edward C. Prescott w 1997 r. w artykule *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*[12] wykorzystali filtr Kalmana jako podstawę do skonstruowania własnego filtra (filtr Hodricka–Prescotta, ang. *Hodrick–Prescott filter*). Zaproponowali oni procedurę dekompozycji szeregu czasowego y_t (GNP, inflacji, stopy bezrobocia) na wygładzony zmienny trend g_t (składową wzrostu) oraz składową cykliczną c_t (stacjonarną resztę): $y_t = g_t + c_t$, gdzie nieznana składowa trendu jest równa: $g_t = 2g_{t-1} - g_{t-2} + \varepsilon_t$. Wygładzona składowa g_t wyznaczana jest tak, aby suma jej kwadratów drugiej różnicy i szeregu y_t nie była zbyt duża. Zadanie optymalizacyjne zostało sformułowane zatem następująco:

---

[10] Zob. T.P. Zieliński, op. cit., s. 411.

[11] Zob. S. Puthuserrypady, A. P. Kurian, *Variants of Kalman Filter for the Synchronization of Chaotic Systems*, w: *Kalman Filter*, red. V. Kordić, May 2010, INTECH, Croatia, downloaded from SCIYO.COM, s. 209-224.

[12] R.J. Hodrick, E.C. Prescott, *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*, „Journal of Money, Credit and Banking" 1997, t. 29, nr 1, published by: Ohio State University Press, s. 1-6.

$$\text{Min}\left[\sum_{t=1}^{T}(y_t - g_t)^2 + \lambda\sum_{t=2}^{T-1}\left[\left(g_{t+1} - g_t\right) - \left(g_t - g_{t-1}\right)\right]^2\right] \text{ ze względu na } \{g_t\}_{t=1}^{T}.$$

Miarą niezgodności c_t i e_t jest w funkcji filtra HP λ, która w przeprowadzonych obliczeniach wyznaczana była zgodnie ze wzorem[13] $\lambda=1600(f/4)^2$, gdzie f to częstość próbkowania w okresie jednego roku. Zatem dla danych miesięcznych $\lambda=14\ 400$. Daną wartość miary niezgodności przyjęliśmy w przeprowadzonych w Gretl obliczeniach[14]. Filtr HP „przepuszcza" wahania o wyższych od wybranej (związanej z wyborem λ) częstościach, dlatego zaliczany jest do filtrów górnoprzepustowych. Filtr HP nie jest filtrem „idealnym"[15] i jest krytykowany z uwagi na:

1) wrażliwość na wydłużanie lub skracanie szeregu oraz na przekształcenia zmiennych[16],

2) statystyczną interferencję (po uprzedniej desezonalizacji danych pierwotnych) i generowanie cykli pozornych[17],

3) nieumiejętne stosowanie filtra HP może generować cykle pozorne także dla szeregów pozbawionych cykliczności[18],

4) pozorną korelację szeregów poddanych filtracji filtrem HP[19].

Problemem kluczowym w filtrowaniu ekonomiczych szeregów czasowych jest to, że w większości przypadków nie można, w sposób niebudzący wątpliwości, ustalić typu ich stacjonarności. A to powoduje, że nie można zastosować

[13] M.O. Ravn, H. Uhlig, *On adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the frequency of observation*, „The Review of Economics and Statistics" 2002, t. 84, published by: University College London, s. 371-376.

[14] T. Gopinath, A.K. Choudhary, *Countercyclical Capitalo Buffer Guidance for India*, RBI Working Paper Series (DEPR) 12/2012, http://rbidocs.rbi.org.in/rdocs/Publications/PDFs/12WPS210612.pdf [23.05.2013].

[15] „Doskonały (idealny) filtr pasmowy [...] jest to filtr, którego funkcja przyrostu przyjmuje wartość 1 dla wszystkich częstotliwości z pożądanego pasma [...], wartość 0 dla wszystkich pozostałych częstotliwości. Aby skonstruować filtr doskonały, przekształcany szereg musi mieć nieskończoną liczbę obserwacji", por. Z. Wośko, op. cit., s. 4.

[16] V. Gomez, *The Use of Butterworth Filters for Trend and Cycle Estimation in Economic Time Series*, „Journal of Business and Economic Statistics" 2001, t. 19, s. 365-373; R. Kaiser, A. Maraval, *Estimation of the Business Cycle: A Modified Hodrick-Prescott Filter*, „Spanish Economic Review" 1999, t. 1, s. 175-206.

[17] R. Kaiser, A. Maraval, op. cit., s. 184.

[18] K.R. Schenk-Hoppe, *Economic Growth and Business Cycles: A Critical Comment on Detrending Time Series*, „Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics", 2001, t. 5, s. 75-86; T. Cogley, J.M. Nason, *Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series: Implications for business cycle research*, „Journal of Economic Dynamics and Control" 1995, t. 19, s. 253-278; A. Guay, P. St-Amant, *Do the Hodrick-Prescott and Baxter-King filters provide of good approximation of business cycles?*, Working Paper Center for Research on Economic Fluctuations and Employment (CEREFE) 1997, t. 53; D.R. Osborn, *Moving average detrending and the analysis of business cycles*, „Oxford Bulletin Of Economics and Statistics" 1995, t. 57, s. 547-558.

[19] A.C. Harvey, A.Jaeger, *Detrending, stylized facts and the business cycle*, „Journal of Econometrics" 1993, t. 8, s. 231-247.

„poprawnej" *a priori* metody filtracji. Możliwym, w danej sytuacji, rozwiązaniem wydaje się ocena efektywności filtracji poprzez zastosowanie dużej liczby różnych filtrów i porównanie ich działania.

1. Zastosowane metody badawcze

W danym opracowaniu zostanie wykorzystany filtr Hodricka–Prescotta oraz filtr Kalmana. Obliczenia wykonano za pomocą programu Gretl oraz (dla filtra Kalmana) programu R CRAN. Następnie szeregi oryginalne i przefiltrowane składowe cykliczne (uzyskane przez usunięcie z danych oryginalnych składowej trendowej) poddane zostały opisanej wyżej procedurze rozmycia. Wszystkie szeregi czasowe poddane zostały rozszerzonemu testowi Dickey'a–Fullera (ang. *ADF test, the augmented Dickey–Fuller test*) na istnienie pierwiastka jednostkowego, analiza spektralna wymaga bowiem, aby szeregi czasowe były stacjonarne. Szeregi czasowe zostały zdekomponowane w ramach analizy falkowej (w module Wavelet Toolbox w środowisku Matlaba[20]). „Igły" detali pozwoliły podzielić szeregi czasowe na dwa (lub więcej) podokresów o różnej strukturze cyklicznej. Do oceny zmienności struktury cyklicznej szeregów czasowych wykorzystana została funkcja spektralna z wagami okna Bartletta (w programie Gretl). Dla szeregów oryginalnych, przefiltrowanych i rozmytych obliczone zostały wykładniki Hursta (program Gretl).

Badaniu poddane zostały następujące szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (okres = T, liczba danych = N, poza danymi koniunkturalnymi dane przedstawione zostały jako indeksy łańcuchowe: miesiąc do miesiąca roku poprzedniego):

Tabela 1. Wybrane miesięczne szeregi czasowe gospodarki niemieckiej (1947-2013)

Lp.	Szereg czasowy	T	N	Symbol
1	Wydobycie węgla kamiennego	1947-2013	796	coal_l
2	Wydobycie węgla kamiennego	1949-2013	772	coal
3	Produkcja stali	1949-2013	772	steel
4	Produkcja cementu	1949-2013	772	cement
5	Produkcja energii elektrycznej	1949-2013	771	electri
6	Produkcja samochodów osobowych	1949-2013	772	cars
7	Produkcja przemysłowa ogółem	1949-2013	772	prod
8	Produkcja dóbr inwestycyjnych	1949-2013	772	inv

[20] Matlab&Simulink Version 7. 01. 24 704 (R14), Service Pack 1, September 13, 2004, License Number 265559.

cd. tab. 1

Lp.	Szereg czasowy	T	N	Symbol
9	Produkcja surowców	1949-2013	772	row
10	Produkcja dóbr konsumpcyjnych	1949-2013	772	consum
11	Obroty przemysłu (nominalnie)	1954-2013	701	turn_n
12	Obroty przemysłu (realnie)	1954-2013	701	turn_r
13	Dynamika cen dóbr przemysłowych	1954-2013	702	cen_dyn
14	Wolne miejsca pracy	1954-2013	703	vacan
15	Zatrudnienie w przemyśle	1949-2013	772	employ
16	Bezrobocie ogółem	1949-2013	772	unemploy
17	Eksport	1949-2013	772	export
18	Import	1949-2013	772	import
19	Prognoza produkcji przemysłowej	1969-2013	522	prog_prod
20	Diagnoza produkcji przemysłowej	1969-2013	522	diag_prod
21	Prognoza cen dóbr przemysłowych	1969-2013	522	prog_cen
22	Prognoza produkcji budowlanej	1967-2013	559	pr_bud
23	Diagnoza produkcji budowlanej	1967-2013	559	d_bud

Ź r ó d ł o: opracowanie własne

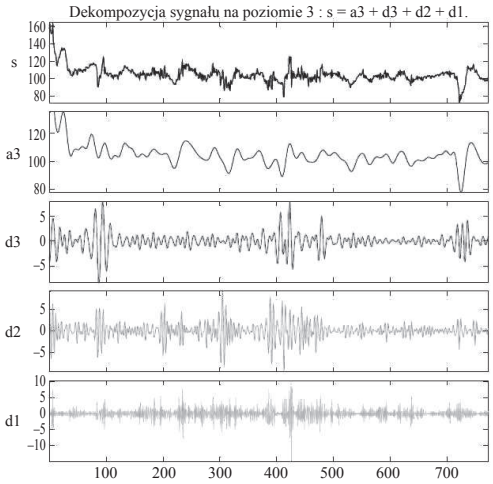
Dane uzyskane zostały z miesięcznika Statistisches Bundesamt „Wirtschaft und Statistik" oraz z publikacji testów koniunktury w przemyśle i budownictwie Ifo-Institut für Wirtschaftsforschung w Monachium.

2. Badania empiryczne

W programie PcGive (moduł GiveWin 2.10, Ox version 3.10 (Windows) (C) J.A. Doornik, 1994-2001, Descriptive Statistics package version 1.0, Unit-root tests) przeprowadzone zostały obliczenia statystyk testu ADF. Wszystkie badane szeregi czasowe wykazują zintegrowanie (D-lag) w stopniu 0 (najczęściej) lub 1. PcGive zakłada hipotezę zerową o istnieniu pierwiastka jednostkowego w szeregu czasowym. Istotne wartości testu pozwalają odrzucić hipotezę zerową i sugerują stacjonarność danego szeregu czasowego (z prawdopodobieństwem popełnienia błędu rzędu 5% (*) lub 1% (**)). Standardowo PcGive publikuje zestawienie wyników w tabeli zbiorczej:

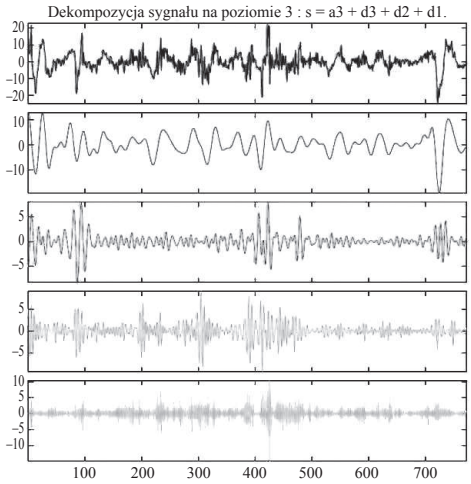
prod: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–6.713**	0.87579	4.226	0.2773	0.7816	2.889	
2	–6.720**	0.87627	4.224	–2.615	0.0091	2.887	0.7816
1	–7.125**	0.86959	4.240	–7.957	0.0000	2.893	0.0321
0	–8.881**	0.83562	4.409			2.970	0.0000
hp_prod: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–8.588**	0.72182	4.104	1.466	0.1431	2.830	
2	–8.521**	0.73548	4.107	–1.286	0.1988	2.830	0.1431
1	–9.421**	0.72273	4.108	–5.661	0.0000	2.830	0.1499
0	–12.68**	0.65356	4.191			2.868	0.0000
prod_k: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–12.43**	0.32557	3.607	0.7386	0.4604	2.572	
2	–13.44**	0.34293	3.605	0.04452	0.9645	2.570	0.4604
1	–15.35**	0.34399	3.603	–1.814	0.0701	2.568	0.7606
0	–20.35**	0.29805	3.609			2.569	0.2810
r_prod: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–6.747**	0.87504	0.04992	0.07929	0.9368	–5.988	
2	–6.770**	0.87517	0.04989	–2.682	0.0075	–5.991	0.9368
1	–7.159**	0.86863	0.05009	–8.636	0.0000	–5.984	0.0279
0	–9.025**	0.83145	0.05244			–5.894	0.0000
r_hp_prod: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–7.898**	0.74876	0.3337	–0.3887	0.6976	–2.188	
2	–8.355**	0.74525	0.3336	–1.337	0.1817	–2.191	0.6976
1	–9.232**	0.73250	0.3337	–5.867	0.0000	–2.191	0.3803
0	–12.48**	0.66293	0.3409			–2.150	0.0000
r_prod_k: ADF tests (T=768, Constant; 5%=–2.87 1%=–3.44)							
D-lag	t-adf	beta Y_1	sigma	t-DY_lag	t-prob	AIC	F-prob
3	–11.77**	0.36344	0.3918	–0.7422	0.4582	–1.868	
2	–13.43**	0.34599	0.3917	0.1340	0.8934	–1.869	0.4582
1	–15.27**	0.34914	0.3914	–1.865	0.0625	–1.872	0.7526
0	–20.26**	0.30220	0.3921			–1.870	0.2579

W analizie falkowej przeprowadzono pełną dekompozycję szeregów czasowych (sygnałów) na poziomie trzech rozdzielczości (detali) z wykorzystaniem aproksymacji (skończonej odpowiedzi impulsowej, ang. *FIR, Finit Impulse Response*) falki Meyera (dmey):



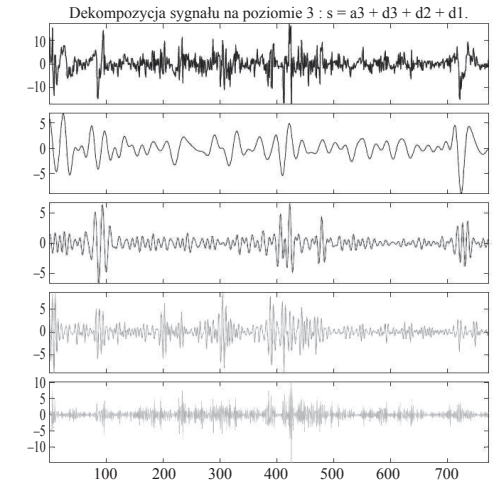
Rys. 2. Dekompozycja falkowa produkcji przemysłowej Niemiec (prod, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



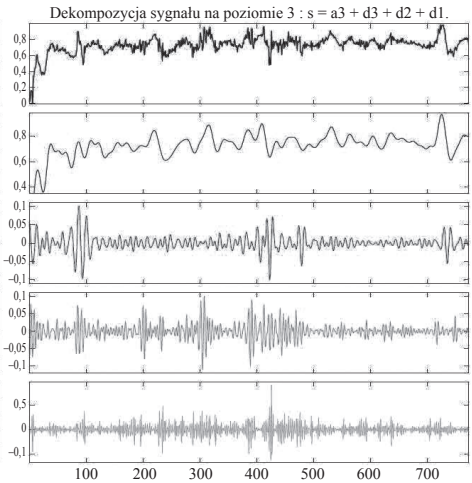
Rys. 3. Dekompozycja falkowa przefiltrowanej (HP) produkcji przemysłowej Niemiec (hp_prod, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



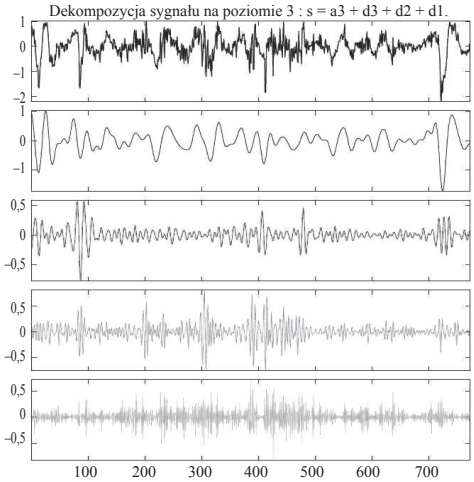
Rys. 4. Dekompozycja falkowa przefiltrowanej filtrem Kalmana produkcji przemysłowej Niemiec (prod_k, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



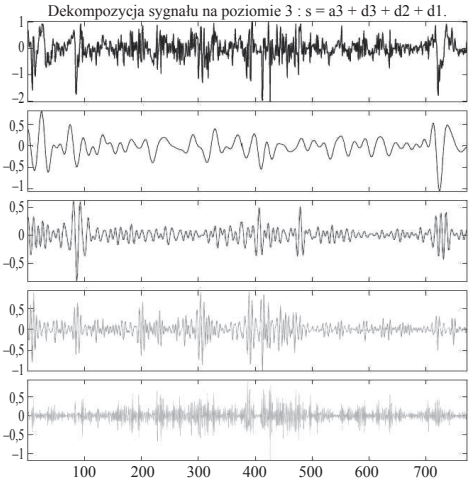
Rys. 5. Dekompozycja falkowa rozmytej produkcji przemysłowej Niemiec (r_prod, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 6. Dekompozycja falkowa rozmytej i przefiltrowanej filtrem HP produkcji przemysłowej Niemiec (r_hp_prod, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 7. Dekompozycja falkowa rozmytej i przefiltrowanej filtrem Kalmana produkcji przemysłowej Niemiec (r_prod_k, 1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Widoczne „igły" detali produkcji przemysłowej Niemiec w okresie styczeń 1949-kwiecień 2013 (772 obserwacji miesięcznych) to kwiecień 1984. Tabela 2 zawiera zestawienie dat dzielących poszczególne szeregi czasowe na dwa podokresy o różnych strukturach cyklicznych.

Zmiana dynamiki gospodarczej Niemiec następowała przez 20 lat po kryzysie 1974/75, w latach 1974-1995. Poza tak zakreślone ramy zmian w dynamice gospodarki niemieckiej wychodzi 5 szeregów czasowych (cement, cen_dyn, row, vacan i d_bud). Dla wyróżnionych wyżej podokresów obliczono wartości funkcji gęstości spektralnej. Szerokość okna spektralnego Bartletta ustalana była automatycznie w programie Gretl. Lewy wykres to funkcja gęstości spektralnej szeregów czasowych produkcji przemysłowej Niemiec (oryginalnych i przefiltrowanych, prod, hp_prod, prod_k), natomiast prawy wykres obrazuje przebieg funkcji gęstości spektralnej danych rozmytych (r_prod, r_hp_prod i r_prod_k). Sześć pierwszych wykresów dotyczy całego szeregu czasowego, wykresy kolejne odnoszą się do podokresów 1949/01- 1984/04 oraz 1984/05 – 2013/04.

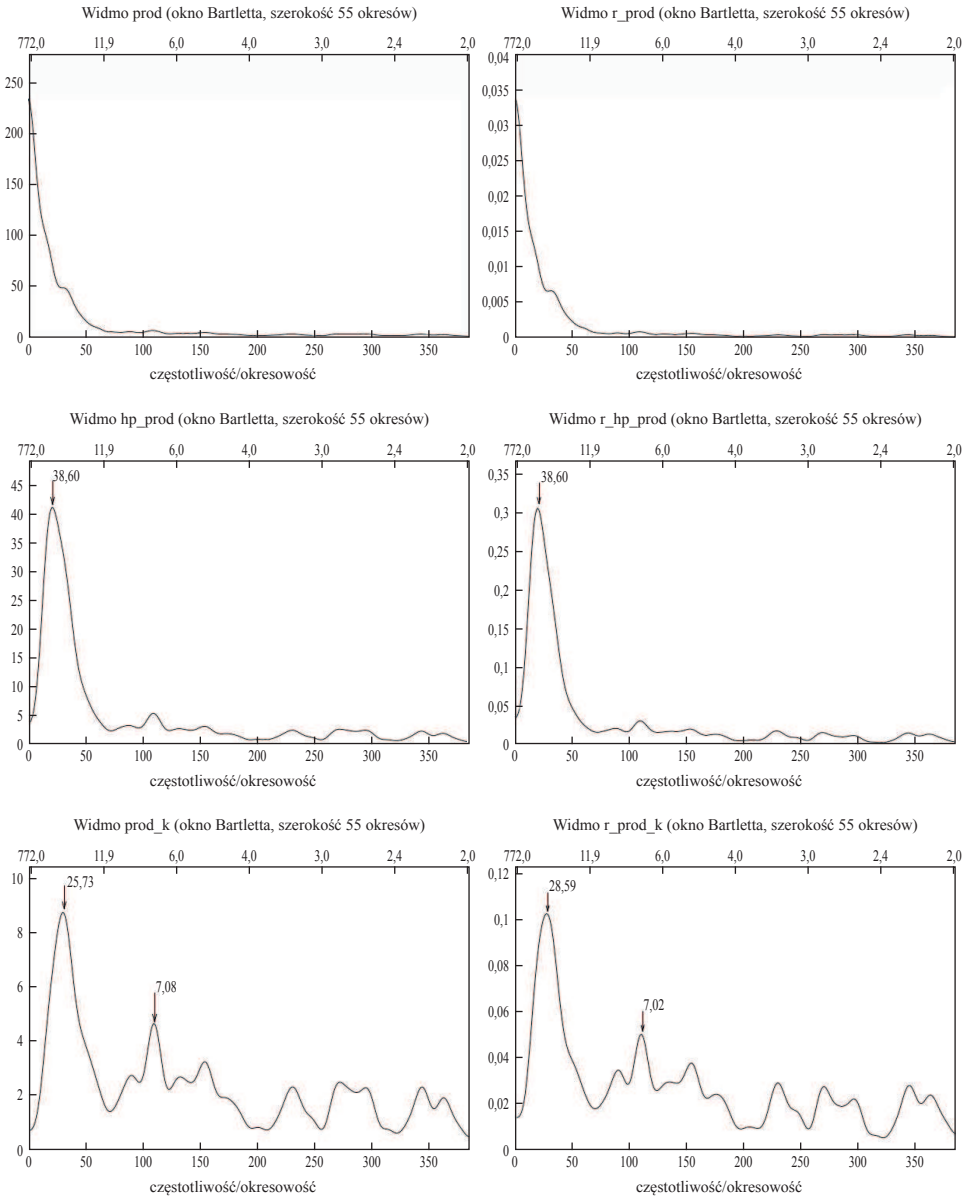
Analiza spektralna pokazała, że wahania cykliczne mają tendencję do wydłużania się: dane dynamiki produkcji przemysłowej po usunięciu trendu stochastycznego Hodricka–Prescotta wykazały dominację 25-miesięcznych wahań w okresie 1949/01-2013/04, 28-miesięcznych wahań w okresie 1949/01-1984/04 i 39-miesięcznych w okresie 1984/05-2013/04. Rozmycie danych również przesuwa spektralne „szczyty" od wyższych do niższych częstotliwości. Jednocześnie można zaobserwować wyraźnie zaznaczoną zależność pomiędzy wartościami

Tabela 2. Cezura (rok-miesiąc) zmiany struktury cyklicznej wybranych szeregów czasowych gospodarki niemieckiej

Lp.	Szereg czasowy	Rok-miesiąc	Symbol
1	Wydobycie węgla kamiennego	1986-04	coal_l
2	Wydobycie węgla kamiennego	1994-12	coal
3	Produkcja stali	1979-12	steel
4	Produkcja cementu	1964-02	cement
5	Produkcja energii elektrycznej	1983-12	electri
6	Produkcja samochodów osobowych	1984-06	cars
7	Produkcja przemysłowa ogółem	1984-04	prod
8	Produkcja dóbr inwestycyjnych	1981-01	inv
9	Produkcja surowców	2000-02	row
10	Produkcja dóbr konsumpcyjnych	1976-06	consum
11	Obroty przemysłu (nominalnie)	1984-06	turn_n
12	Obroty przemysłu (realnie)	1984-06	turn_r
13	Dynamika cen dóbr przemysłowych	1969-01	cen_dyn
14	Wolne miejsca pracy	2005-03	vacan
15	Zatrudnienie w przemyśle	1979-07	employ
16	Bezrobocie ogółem	1974-11	unemploy
17	Eksport	1995-12	export
18	Import	1995-12	import
19	Prognoza produkcji przemysłowej	1977-12	prog_prod
20	Diagnoza produkcji przemysłowej	1988-06	diag_prod
21	Prognoza cen dóbr przemysłowych	1992-12	prog_cen
22	Prognoza produkcji budowlanej	1983-02	pr_bud
23	Diagnoza produkcji budowlanej	2005-08	d_bud

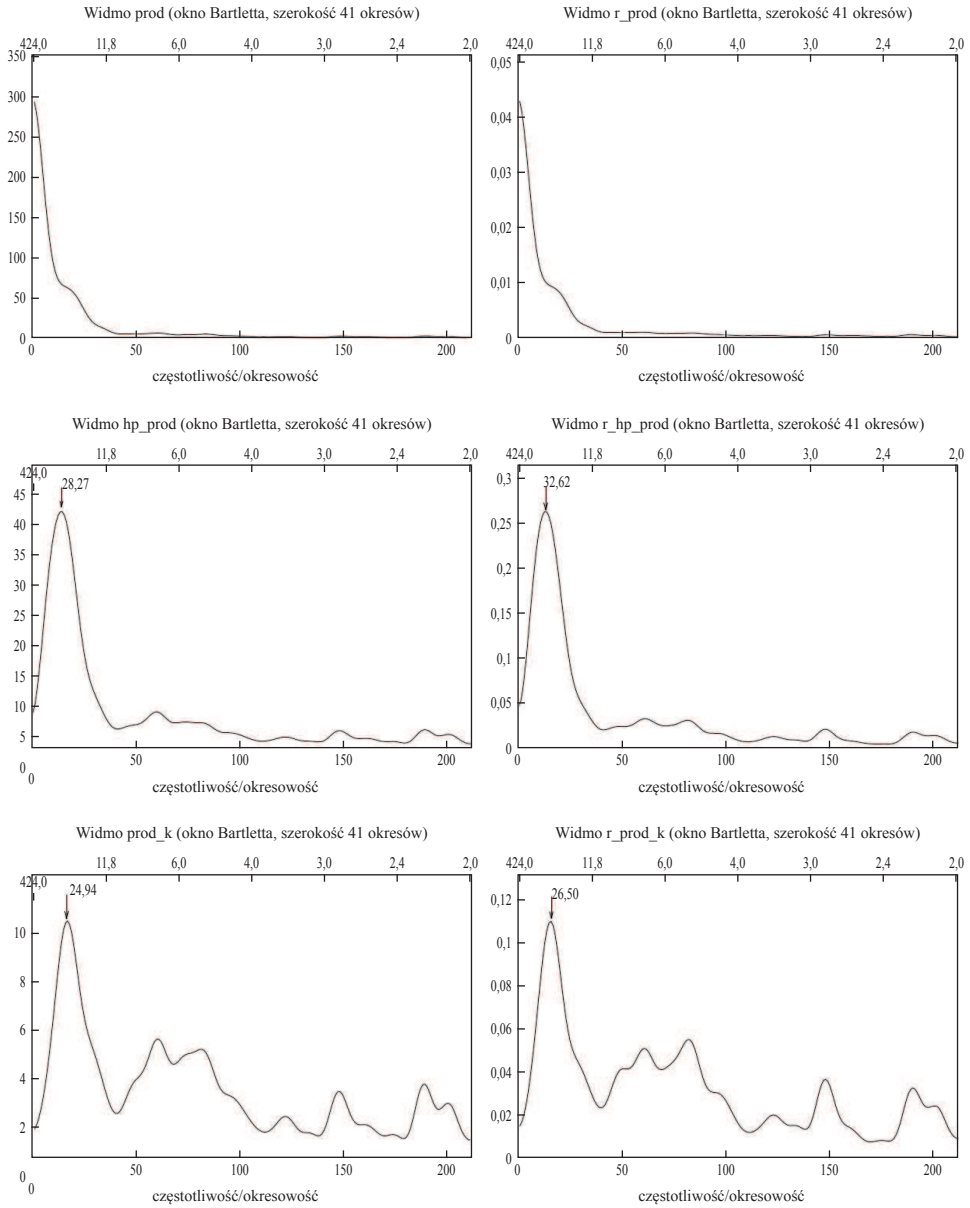
Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

współczynnika Hursta a okresem dominujących wahań cyklicznych: ze wzrostem wartości współczynnika Hursta wydłuża się okres dominujących wahań cyklicznych (tak dla szeregów persystentnych 0,5<Hq1, jak i dla szeregów antypersystentnych 0qH<0,5). Poniższe zestawienie (tab. 3) uzyskanych wyników analizy spektralnej i wykładników Hursta pozwala na takie uogólnienie.



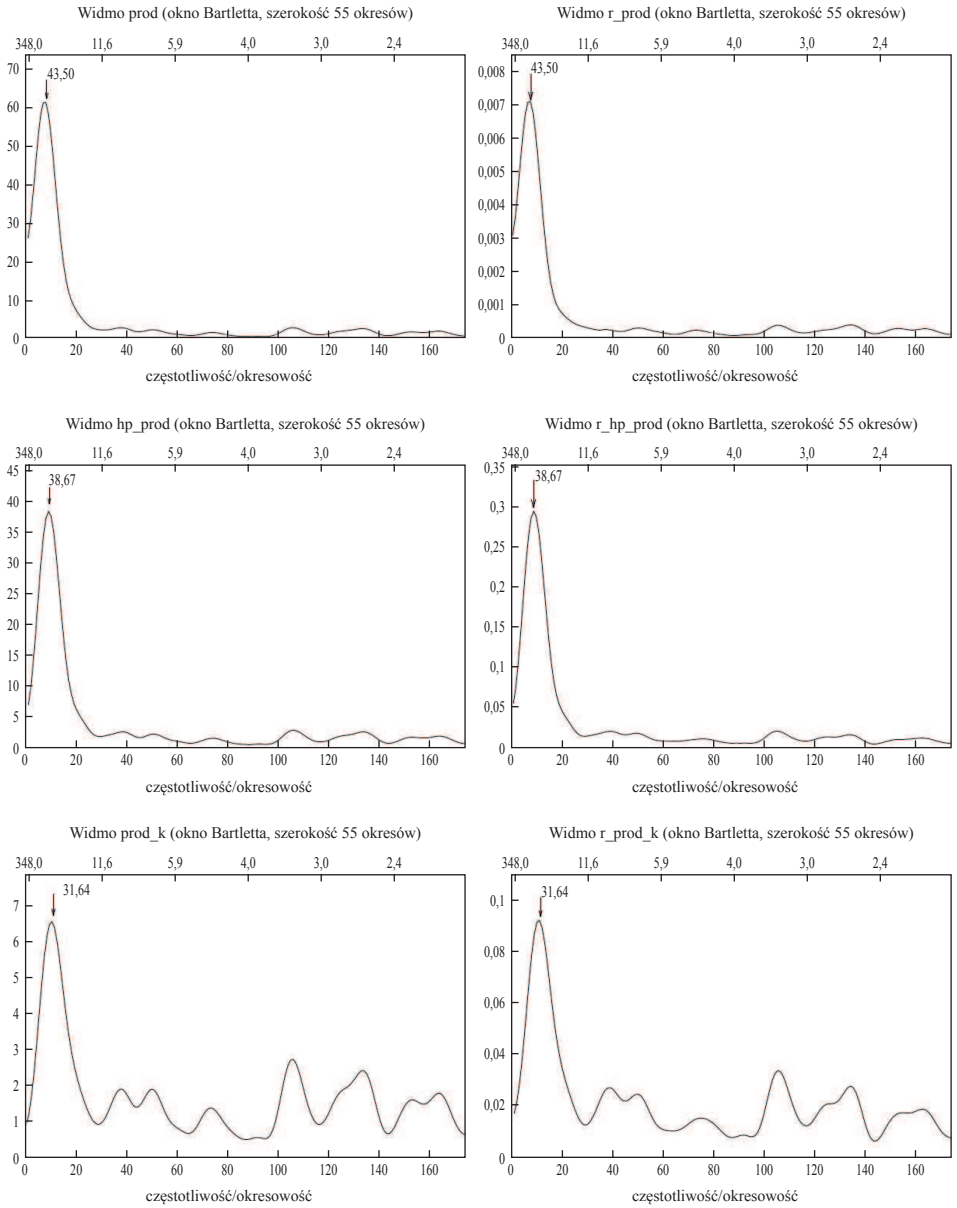
Rys. 8. Funkcja gęstości spektralnej produkcji przemysłowej Niemiec oryginalnej, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta i Kalmana oraz rozmytej (1949/01-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 9. Funkcja gęstości spektralnej produkcji przemysłowej Niemiec oryginalnej, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta i Kalmana oraz rozmytej (1949/01-1984/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 10. Funkcja gęstości spektralnej produkcji przemysłowej Niemiec oryginalnej, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta i Kalmana oraz rozmytej (1984/05-2013/04)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Tabela 3. Okresy dominujących wahań cyklicznych (w miesiącach) i wykładniki Hursta (w nawiasach) wybranych miesięcznych szeregów czasowych gospodarki niemieckiej (1947-2013)

Szereg czasowy	Cykle ogółem (wykładnik H)	Cykle podokresu A (wykładnik H)	Cykle podokresu B (wykładnik H)
coal_l	– (0.84516)	– (0.91934)	21.60 (0.65317)
hp_coal_l	22.11 (0.41149)	23.60 (0.52009)	21.60 (0.51171)
coal_k	2.86 (0.34541)	2.86 (0.42539)	19.06 (0.43007)
r_coal_l	– (0.84823)	– (0.86691)	20.00 (0.67839)
r_hp_coal_l	21.51 (0.42724)	24.00 (0.51585)	19.06 (0.45328)
r_coal_l_k	2.86 (0.39631)	2.87 (0.40783)	18.33 (0.39742)
coal	– (0.81263)	– (0.80685)	21.60 (0.65317)
hp_coal	21.44 (0.39311)	2.87 (0.52494)	21.60 (0.51171)
coal_k	2.87 (0.33586)	2.87 (0.37973)	19.06 (0.43007)
r_coal	– (0.81628)	– (0.86685)	20.00 (0.67839)
r_hp_coal	20.86 (0.40889)	23.00 (0.52553)	19.06 (0.45328)
r_coal_k	2.87 (0.37486)	2.86 (0.42240)	18.33 (0.39742)
steel	51.47 (0.72560)	– (0.78073)	40.00 (0.63410)
hp_steel	40.63 (0.56642)	33.82 (0.55102)	36.36 (0.57878)
steel_k	22.71 (0.47336)	21.88 (0.48794)	26.67 (0.52641)
r_steel	51.47 (0.67633)	56.40 (0.74586)	41.60 (0.69520)
r_hp_steel	40.63 (0.47490)	37.60 (0.56430)	34.67 (0.65734)
r_steel_k	23.39 (0.42419)	22.56 (0.48301)	26.00 (0.61368)
cement	– (0.71887)	8.27 (0.79791)	53.64 (0.59815)
hp_cement	29.69 (0.39252)	22.75 (0.52944)	36.88 (0.41997)
cement_k	8.39 (0.40202)	20.22 (0.49676)	14.75 (0.40318)
r_cement	– (0.73455)	– (0.73771)	45.75 (0.69035)
r_hp_cement	35.09 (0.42423)	29.45 (0.45192)	45.75 (0.65335)
r_cement_k	15.14 (0.43274)	15.10 (0.44411)	36.60 (0.53806)
electri	– (0.89061)	– (0.85094)	– (0.76901)
hp_electri	32.13 (0.48743)	38.18 (0.47195)	29.25 (0.61445)
electri_k	25.70 (0.41074)	22.11 (0.39337)	27.00 (0.50870)
r_electri	– (0.89061)	– (0.85094)	– (0.76901)
r_hp_electri	30.84 (0.49303)	38.18 (0.55400)	29.25 (0.53539)
r_electri_k	24.87 (0.40358)	22.11 (0.48688)	27.00 (0.46688)
cars	– (0.83537)	– (0.86366)	49.43 (0.74851)
hp_cars	38.60 (0.53612)	42.60 (0.59330)	34.60 (0.62151)
cars_k	32.17 (0.45374)	35.50 (0.48773)	23.07 (0.52786)
r_cars	42.89 (0.84610)	– (0.87284)	49.43 (0.74851)
r_hp_cars	36.78 (0.55540)	38.73 (0.62398)	34.60 (0.62151)

cd. tab. 3

Szereg czasowy	Cykle ogółem (wykładnik H)	Cykle podokresu A (wykładnik H)	Cykle podokresu B (wykładnik H)
r_cars_k	29.69 (0.40914)	26.63 (0.45034)	23.07 (0.52786)
prod	– (0.83467)	– (0.88789)	43.50 (0.76516)
hp_prod	38.60 (0.48522)	28.27 (0.44290)	38.67 (0.67184)
prod_k	25.73 (0.43959)	24.94 (0.45274)	31.64 (0.60731)
r_prod	– (0.83381)	– (0.88895)	43.50 (0.76632)
r_hp_prod	38.60 (0.50042)	32.62 (0.49148)	38.67 (0.68068)
r_prod_k	28.59 (0.45872)	26.50 (0.39426)	31.64 (0.61675)
inv	– (0.82982)	– (0.88291)	48.83 (0.71417)
hp_inv	40.63 (0.50862)	35.00 (0.53299)	38.70 (0.64388)
inv_k	23.39 (0.45511)	22.65 (0.43580)	32.25 (0.55013)
r_inv	23.39 (0.82401)	– (0.85737)	77.40 (0.79435)
r_hp_inv	40.63 (0.52630)	38.50 (0.54982)	38.70 (0.64549)
r_inv_k	28.59 (0.46618)	25.67 (0.45983)	32.25 (0.56566)
row	– (0.83609)	– (0.82263)	39.50 (0.84373)
hp_row	36.76 (0.48619)	32.32 (0.54263)	31.60 (0.77622)
row_k	24.90 (0.44376)	25.58 (0.48742)	26.33 (0.66014)
r_row	– (0.81422)	– (0.83420)	– (0,79508)
r_hp_row	36.76 (0.48770)	34.11 (0.52643)	31.60 (0.76361)
r_row_k	25.73 (0.40177)	26.70 (0.46697)	26.33 (0.62525)
consum	– (0.84193)	– (0.86821)	63.14 (0.70882)
hp_consum	40.63 (0.43904)	30.00 (0.51880)	40.18 (0.47468)
consum_k	25.73 (0.36308)	27.50 (0.43959)	7.02 (0.40955)
r_consum	– (0.85210)	– (0.86010)	73.67 (0.73747)
r_hp_consum	38.60 (0.45042)	30.00 (0.56687)	40.18 (0.47468)
r_consum_k	26.62 (0.40459)	27.50 (0.42758)	7.02 (0.40915)
turn_n	50.07 (0.82766)	51.00 (0.72292)	49.14 (0.79302)
hp_turn_n	38.94 (0.52294)	39.67 (0.56098)	38.22 (0.68646)
turn_n_k	30.48 (0.48948)	29.75 (0.44244)	28.67 (0.58138)
r_turn_n	50.07 (0.82766)	51.00 (0.72292)	49.14 (0.79302)
r_hp_turn_n	41.24 (0.58996)	39.67 (0.58308)	38.22 (0.71371)
r_turn_n_k	31.86 (0.50428)	29.75 (0.46990)	31.27 (0.59824)
turn_r	– (0.86839)	– (0.88082)	49.14 (0.83715)
hp_turn_r	43.81 (0.55235)	44.63 (0.60842)	38.22 (0.65769)
turn_r_k	2.86 (0.45470)	29.75 (0.48694)	28.67 (0.52477)
r_turn_r	– (0.86839)	– (0.88082)	49.14 (0.83715)

cd. tab. 3

Szereg czasowy	Cykle ogółem (wykładnik H)	Cykle podokresu A (wykładnik H)	Cykle podokresu B (wykładnik H)
r_hp_turn_r	43.81 (0.58832)	44.63 (0.60546)	38.22 (0.68231)
r_turn_r_k	2.86 (0.46813)	29.75 (0.48261)	31.27 (0.55316)
cen_dyn	– (0.84049)	– (0.90753)	46.00 (0.84423)
hp_cen_dyn	41.29 (0.54246)	43.38 (0.59520)	34.50 (0.78431)
cen_dyn_k	35.10 (0.54411)	37.60 (0.59088)	27.60 (0.72477)
r_cen_dyn	– (0.84049)	– (0.90752)	46.00 (0.84423)
r_hp_cen_dyn	39.00 (0.60828)	43.38 (0.66281)	34.50 (0.79199)
r_cen_dyn_k	36.95 (0.55865)	37.60 (0.59951)	27.60 (0.75241)
vacan	78.11 (0.78956)	83.43 (0.81386)	– (0.89951)
hp_vacan	50.21 (0.55642)	48.67 (0.58550)	– (0.78792)
vacan_k	41.35 (0.51059)	38.93 (0.54574)	23.80 (0.65849)
r_vacan	78.11 (0.71253)	73.00 (0.76766)	– (0.87768)
r_hp_vacan	50.21 (0.55366)	48.67 (0.58093)	– (0.75112)
r_vacan_k	41.35 (0.54014)	38.93 (0.56547)	23.80 (0.65056)
employ	– (0.84877)	– (0.87465)	– (0.82443)
hp_employ	45.41 (0.46531)	45.88 (0.52009)	31.15 (0.58046)
employ_k	8.67 (0.42725)	8.74 (0.43814)	27.00 (0.58755)
r_employ	– (0.84877)	– (0.87485)	– (0.82443)
r_hp_employ	45.41 (0.48604)	45.88 (0.54426)	31.15 (0.58046)
r_employ_k	24.90 (0.48370)	8.74 (0.51511)	27.00 (0.58755)
unempl	70.18 (0.76193)	62.20 (0.85430)	– (0.78012)
hp_unempl	42.89 (0.60182)	38.88 (0.67510)	41.91 (0.64122)
unempl_k	30.88 (0.57702)	28.27 (0.63380)	32.93 (0.58784)
r_unempl	– (0.80902)	– (0.89916)	– (0.78203)
r_hp_unempl	42.89 (0.63303)	38.88 (0.68990)	41.91 (0.64122)
r_unempl_k	33.57 (0.59686)	28.77 (0.62910)	32.93 (0.58784)
export	– (0.85292)	– (0.87623)	41.60 (0.77561)
hp_export	33.57 (0.52976)	33.18 (0.58365)	34.67 (0.68346)
export_k	25.73 (0.44174)	25.64 (0.48219)	26.00 (0.59061)
r_export	– (0.81397)	– (0.85286)	41.6 (0.77628)
r_hp_export	35.09 (0.51564)	33.18 (0.59002)	34.67 (0.68346)
r_export_k	27.57 (0.51238)	26.86 (0.57784)	26.00 (0.59169)
import	– (0.79383)	8.81 (0.78282)	34.67 (0.82082)
hp_import	24.13 (0.46741)	23.50 (0.52545)	29.71 (0.59246)
import_k	8.77 (0.39258)	8.55 (0.42498)	26.00 (0.50369)

cd. tab. 3

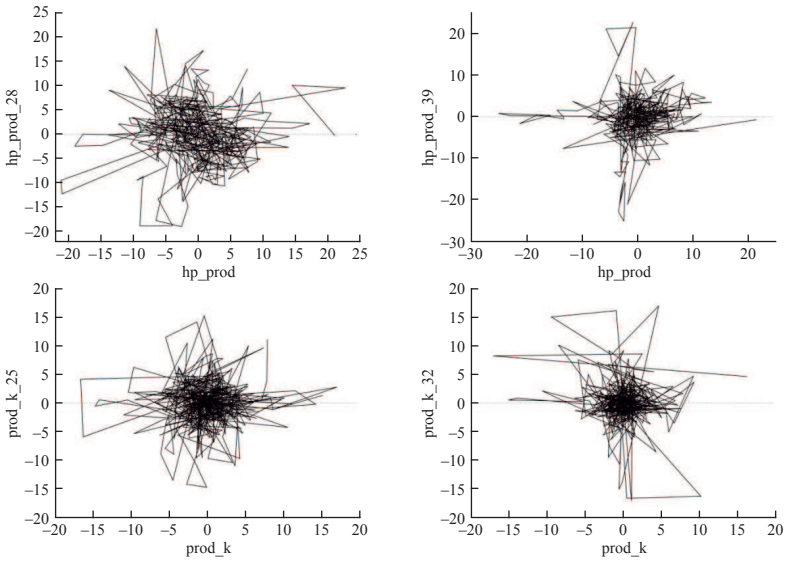
Szereg czasowy	Cykle ogółem (wykładnik H)	Cykle podokresu A (wykładnik H)	Cykle podokresu B (wykładnik H)
r_import	– (0.79760)	– (0.84720)	41.60 (0.78372)
r_hp_import	42.89 (0.53006)	47.00 (0.58179)	29.71 (0.59246)
r_import_k	22.06 (0.49233)	21.69 (0.51072)	26.00 (0.50369)
prog_prod	44.58 (0.79910)	36.00 (0.76668)	53.38 (0.73798)
hp_prog_prod	38.21 (0.52303)	36.00 (0.71903)	35.58 (0.49296)
prog_prod_k	33.34 (0.44944)	27.00 (0.58741)	30.50 (0.41378)
r_prog_prod	44.58 (0.81425)	36.00 (0.80930)	71.17 (0.75780)
r_hp_prog_prod	38.21 (0.53562)	36.00 (0.68956)	35.58 (0.49425)
r_prog_prod_k	33.44 (0.46578)	27.00 (0.54226)	30.50 (0.42248)
diag_prod	– (0.82620)	– (0.91679)	– (0.86519)
hp_diag_prod	41.15 (0.58883)	39.00 (0.59685)	43.00 (0.68546)
diag_prod_k	38.21 (0.56682)	39.00 (0.51350)	37.63 (0.66882)
r_diag_prod	– (0.82746)	– (0.92449)	– (0.85255)
r_hp_diag_prod	44.58 (0.62625)	39.00 (0.58516)	43.00 (0.71040)
r_diag_prod_k	38.21 (0.60936)	33.43 (0.54189)	37.63 (0.68976)
prog_cen	12.16 (0.80991)	12.03 (0.85450)	38.00 (0.81990)
hp_prog_cen	35.67 (0.44977)	32.38 (0.38393)	38.00 (0.75759)
prog_cen_k	12.16 (0.37558)	12.03 (0.29213)	28.5 (0.58788)
r_prog_cen	– (0.78595)	– (0.85479)	38.00 (0.81990)
r_hp_prog_cen	35.67 (0.49646)	32.38 (0.41654)	38.00 (0.75984)
r_prog_cen_k	12.16 (0.46776)	12.03 (0.37256)	28.5 (0.58788)
pr_bud	12.15 (0.81268)	– (0.86900)	11.84 (0.74993)
hp_pr_bud	43.00 (0.42961)	38.80 (0.64354)	11.84 (0.42749)
pr_bud_k	12.15 (0.32105)	32.33 (0.54743)	11.84 (0.32036)
r_pr_bud	12.15 (0.81183)	– (0.86622)	12.23 (0.74152)
r_hp_pr_bud	43.00 (0.46837)	38.80 (0.68174)	11.84 (0.41552)
r_pr_bud_k	12.15 (0.46468)	38.80 (0.61033)	11.84 (0.43552)
d_bud	– (0.88207)	– (0.79339)	– (too small)
hp_d_bud	46.58 (0.59321)	45.18 (0.52652)	12.40 (too small)
d_bud_k	43.00 (0.51609)	41.42 (0.44293)	12.40 (too small)
r_d_bud	– (0.88375)	– (0.79549)	– (too small)
r_hp_d_bud	43.00 (0.60787)	41.42 (0.57089)	12.40 (too small)
r_d_bud_k	43.00 (0.53156)	45.18 (0.49429)	12.40 2345 (too small)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Interesujące jest prześledzenie modyfikacji portretów fazowych badanych procesów w podokresach wyznaczonych dzięki analizie falkowej.

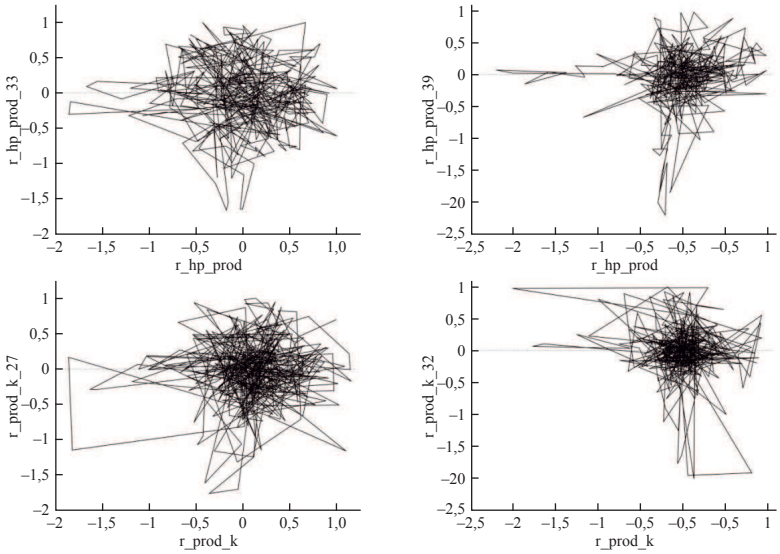
Na wykresach (rys. 11-12) porteretów fazowych (atraktorów) zwraca uwagę wyraźniejsze zaznaczenie obszarów przyciągania (ang. *basin of attraction*) w drugim z wyróżnionych okresów. Wykładniki Hursta w pierwszym podokresie kształtowały się na poziomie 0,39426-0,45148, w okresie drugim zaś 0,60731--0,68068. Świadczyłoby to o występowaniu w drugim okresie efektu długotrwałej „pamięci". Efekt Józefa wypierałby efekt Noego. Skłonność do tworzenia trendów i cykli zastępuje w procesach dynamiki gospodarczej Niemiec skłonność do nagłych i nieciągłych (katastroficznych) zmian. Obecność cykli granicznych (obszarów przyciągania, atraktorów) ujawniają portrety fazowe dynamiki bezrobocia w Niemczech w okresach 1949/01-1974/11 i 1974/12-2013/04.

Rozmycie indeksów dynamiki procesów gospodarczych wpływa na zwiększenie przejrzystości portretów fazowych. Poniższe wykresy ujawniają zmienność dynamiki gospodarczej Niemiec: przesuwanie się dominujących częstości od wysokich do niskich częstotliwości. Równocześnie wyraźnie rosną z czasem wartości współczynnika Hursta: o ile w pierwszych okresach (A) współczynnik Hursta kształtował się w przedziale ⟨0,40, 0,70⟩, o tyle w okresach B w przedziale ⟨0,50, 0,85⟩. Jeżeli współczynniki Hursta przekraczają wartość 0,85, spektra badanych szeregów czasowych w zasadzie nie wykazują dominujących składowych cyklicznych.



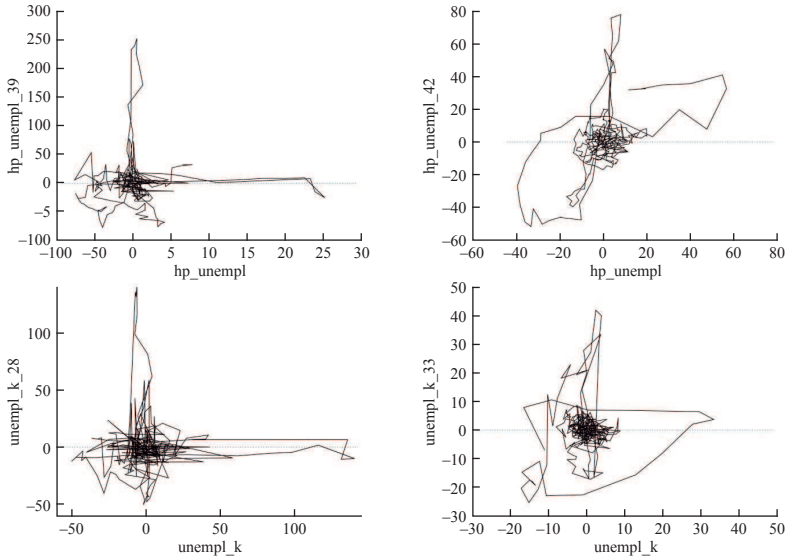
Rys. 11. Portrety fazowe produkcji przemysłowej Niemiec, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta (hp_prod) i Kalmana (prod_k) dla podokresów 1949/01-1984/04 (lewy wykres) i 1984/05 -2013/04 (prawy wykres)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



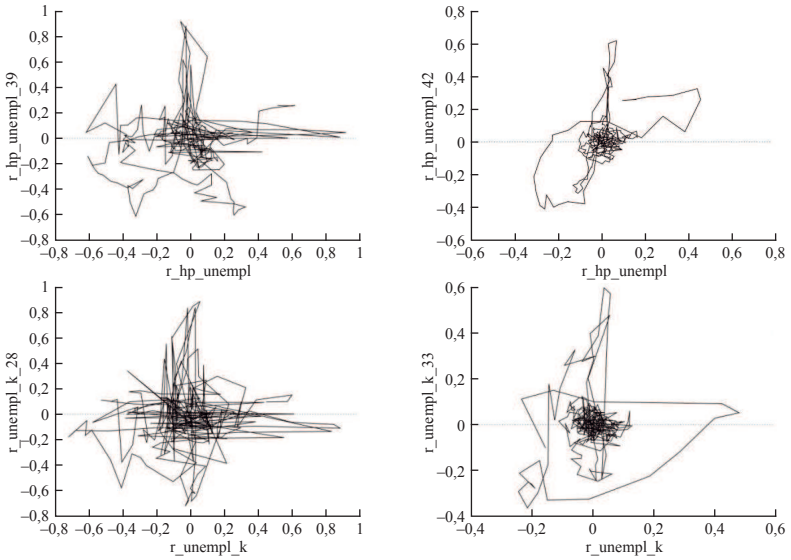
Rys. 12. Portrety fazowe rozmytej produkcji przemysłowej Niemiec, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta (r_hp_prod) i Kalmana (r_prod_k) dla podokresów 1949/01-1984/04 (lewy wykres) i 1984/05-2013/04 (prawy wykres)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



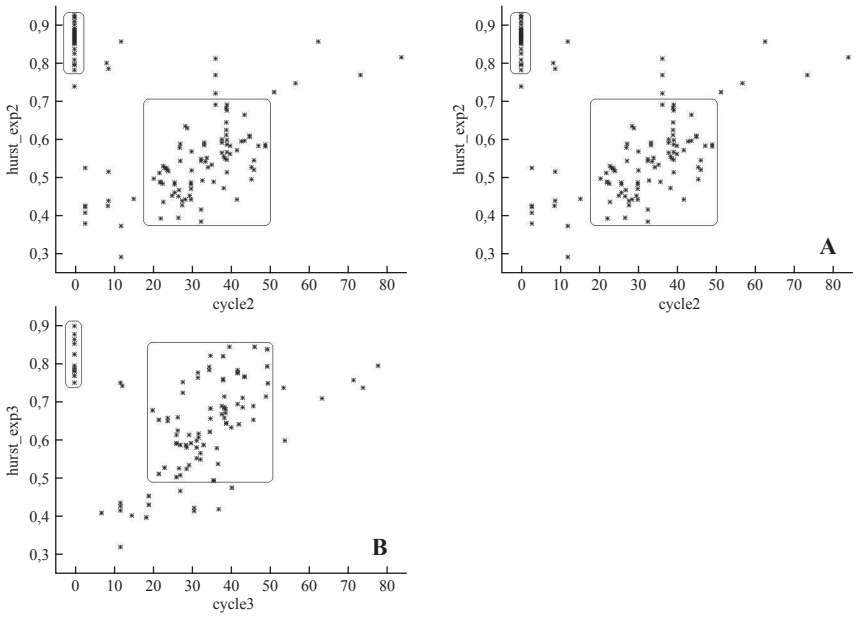
Rys. 13. Portrety fazowe dynamiki bezrobocia Niemiec, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta (hp_prod) i Kalmana (prod_k) dla podokresów 1949/01-1974/11 (lewy wykres) i 1974/11-2013/04 (prawy wykres)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 14. Portrety fazowe rozmytej dynamiki bezrobocia Niemiec, przefiltrowanej filtrami Hodricka–Prescotta (r_hp_unempl) i Kalmana (r_unempl_k) dla podokresów 1949/01-1974/11 (lewy wykres) i 1974/12-2013/04 (prawy wykres)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 15. Dominujące częstotliwości i współczynniki Hursta w szeregach ekonomicznych Niemiec w latach 1947-2013 (w całym okresie oraz w okresach A i B)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Uzyskane wyniki pozwalają na sformułowanie odwrotnej zależności między wykładnikiem Hursta i występowaniem dominujących częstości we wszystkich badanych szeregach: wraz ze wzrostem wykładnika Hursta (lub ze zmniejszaniem się wymiaru fraktalnego) zanika wyraźna struktura harmoniczna. Przeprowadzone symulacje z filtracją szeregów czasowych filtrami Hodricka–Prescotta i Kalmana wskazują, że regularność przebiegów cyklicznych cechuje raczej układy antypersystentne, niepowracające do wartości średnich. W układach wzmacniających trendy (persystentnych) wyraźna regularność występuje rzadko. Rozmycie szeregów czasowych oryginalnych i przefiltrowanych wzmacnia w badanych szeregach niskie częstości. Pozwala to na postawienie tezy o występowaniu w szeregach rozmytych długiej pamięci, niezuważalnej w warunkach sygnału nierozmytego.

Literatura

Baillie R.T., *Long memory processes and fractional integration In econometrics*, „Journal of Econometrics" 1996, nr 73.

Banerjee A., Urga G., *Modelling Structural Breaks, Long Memory and Stock Market Volatility: An Overview, CEA@Cass Working Paper Series*, WP-CEA-07-2004, www.cass.city.ac.uk/cea/index.html [23.05.2013].

Baxter M., *Real exchange rates and real interest differentials: Have we missed the business-cycle relationship*, „Journal of Monetary Economics" 1994, t. 33.

Baxter M., King R.G., *Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series*, „NBER Working Papers" 1995, nr 5022, February.

Beran J., *Statistics for long memory processes*, Chapman and Hall, New York 1994.

Białasiewicz J.T., *Falki i aproksymacje*, WNT, Warszawa 2000.

Chanas S., *Wybrane problemy badań operacyjnych z rozmytymi parametrami*, Wrocław 1988

Charemza W.W., Deadman D.F., *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa 1997.

Chatfield Ch., *Time-Series Forecasting*, Chapman& Holl/CRC, London, New York 2000.

Czongała E., Pedrycz W., *Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych*, PWN, Warszawa 1985.

Chow G.C., *Ekonometria*, przekład W. Jurek, WN PWN, Warszawa 1995.

Cogley T., Nason J.M., *Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series: Implications for business cycle research*, „Journal of Economic Dynamics and Control" 1995, t. 19.

Deo R., Hsieh M., Hurvich C.M., *Tracing the Source of Long Memory in Volatility*, January 13, 2005, http://129.3.20.41/eps/em/papers/0501/0501005.pdf [23.05.2013].

Fractal Forms, red. E. Guyon, H.E. Stanley, Elsevier/North-Holland, Palais De La Découverte, Haarlem 1991.

Geweke J., Porter-Hudak S., *The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models*, „Journal of Time Series Analysis" 1983, t. 4, nr 4.

Gleick J., *Chaos. Narodziny nowej nauki*, Wyd. Zysk i S-ka, Poznań 1996.

Gomez V., *The Use of Butterworth Filters for Trend and Cycle Estimation in Economic Time Series*, „Journal of Business and Economic Statistics" 2001, t. 19.

Gopinath T., Choudhary A.K., *Countercyclical Capitalo Buffer Guidance for India*, RBI Working Paper Series (DEPR) 12/2012, http://rbidocs.rbi.org.in/rdocs/Publications/PDFs/12WPS210612.pdf [23.05.2013].

Gruszczyński M., Kluza S., Winek D., *Ekonometria*, red. M. Gruszczyński, Wyd. WSHiFM, Warszawa 2003.

Guay A., St-Amant P., *Do the Hodrick-Prescott and Baxter-King filters provide of good approximation of business cycles*?, Working Paper Center for Research on Economic Fluctuations and Employment (CEREFE) 1997, t. 53.

Harvey A.C., *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press, Cambridge 2001.

Harvey A.C., Jaeger A., *Detrending, stylized facts and the business cycle*, „Journal of Econometrics" 1993, t. 8.

Haykin S., *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd ed., Pearson Education, New Jersey 2009,

Hodrick R.J., Prescott E.C., *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*, „Journal of Money, Credit and Banking" 1997, t. 29, nr 1, published by: Ohio State University Press.

Hurst H.E., *Long-term Storage of Reservoirs*, „Transactions of the American Society of Civil Engineers" 1951, nr 116.

Izydorczyk J., Płonka G., Tyma G., *Teoria sygnałów*, wyd. 2, Wyd. Helion, Gliwice 2006.

Jajuga K., *Zbiory rozmyte w zagadnieniu klasyfikacji*, „Przegląd Statystyczny" 1984, nr 3/4.

Kacprzyk J., *Wieloetapowe podejmowanie decyzji w warunkach rozmytości*, PWN, Warszawa – Łódź 1983.

Kacprzyk J., *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa 1986.

Kacprzyk J., Fedrizzi M., *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech/Physica, Warszawa – Heidelberg 1991.

Kaiser R., Maraval A., *Estimation of the Business Cycle: A Modified Hodrick-Prescott Filter*, „Spanish Economic Review" 1999, t. 1.

King R.G., Watson M., *Money, Prices, Interest Rates and the Business-Cycle*, „Review of Economics and Statistics" 1996, t. 78(1), MIT Press.

Kleinbauer R., *Kalman Filtering Implementation with Matlab*, Study Report in the Field of Study Geodesy and Geoinformatics at Universität Stuttgart, Helsinki, November 2004.

Kalman Filtering and Neural Networks, red. S. Haykin, John Wiley & Sons, Toronto 2001.

Kufel T., *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z programem GRETL*, WN PWN, Warszawa 2004.

Kufel T., *Narzędzia ekonometrii dynamicznej w oprogramowaniu Gretl*, IX Ogólnopolskie Seminarium Naukowe „Dynamiczne modele ekonometryczne" 6-8 września 2005r. Toruń, Katedra Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, www.dem.umk.pl/DME/2005/34_kufel.pdf [23.05.2013].

Künsch H.S., *Statistical Aspects of Self-Similar Processes*, „Proceedings of the First World Congress of the Bernouilly Society" 1987, t. 1, VNU Science Press.

Lyons R.G., *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, Wyd. Komunikacji i Łączności, Warszawa 2003.

Long memory and nonlinear time series, red. J. Davidson, T.T. Terasvirta, „Journal of Econometrics" 2002, 110, 2.

Łuczyński W., *Analiza dynamiki procesów gospodarczych Niemiec w latach 1949-1996*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 1998.

Łuczyński W., *Estymacja mocy gęstości spektralnej za pomocą algorytmu cyfrowej analizy widmowej MUSIC*, *Handel i finanse międzynarodowe w warunkach globalizacji*, red. J. Schroeder, B. Stępień, Wyd. AEP, Poznań 2007.

Łuczyński W., *The long memory dynamics of the market quotations of selected Stock Companies and Warsaw Stock Index*, „Poznań University of Economics Review" 2007, t. 7, nr 1.

Łuczyński W., *Zastosowania analizy harmonicznej i spektralnej oraz analizy przeskalowanego zakresu w badaniu realnych cykli koniunkturalnych*, „Ekonomista" 5-6/98.

Maddala G.S., *Ekonometria*, red. nauk. przekładu M. Gruszczyński, WN PWN, Warszawa 2006.

Marple S.L., *Digital Spectral Analysis*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, New Jersey 1987.

Mises L. von, *Ludzkie działanie. Traktat o ekonomii*, przekład W.Falkowski, Wyd. Instytutu Ludwiga von Misesa, Warszawa 2007.

Murray Ch.J., *Cyclical Properties of Baxter-King Filtered Series*, http://userwww.service.emory.edu/~zliu5/seminars/murray.pdf [23.05.2013].

Nowiński M., *Nieliniowa dynamika szeregów czasowych w badaniach ekonomicznych*, Wyd. AE im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 2007.

Osborn D.R., *Moving average detrending and the analysis of business cycles*, „Oxford Bulletin Of Economics and Statistics" 1995, t. 57.

Ostasiewicz W., *Zastosowanie zbiorów rozmytych w ekonomii*, PWN, Warszawa 1986.

Ott E., *Chaos w układach dynamicznych*, WNT, Warszawa 1997.

Pasricha G.K., *Kalman Filter and its Economic Applications*, University od California, Santa Cruz, 15 October 2006, http://mpra.ub.uni-muenchen.de/22734/1/MPRA_paper_22734.pdf [23.05.2013].

Papla D., *Deterministyczny chaos – zarys metodologii i badania empiryczne dla GPW w Warszawie*, w: *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, red. K. Jajuga, Wyd. AE im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 2000.

Peitgen H.-O., Jürgens H., Saupe D., *Granice chaosu. Fraktale*, cz. 1, WN PWN, Warszawa 1995.

Peitgen H.-O., Jürgens H., Saupe D., *Granice chaosu. Fraktale*, cz. 2, WN PWN, Warszawa 1996.

Percival D.B., Walden A.T., *Spectral Analysis for Physical Applications: Multitaper and Conventional Univariate Techniques*, Cambridge University Press, Cambridge 1993.

Peters E.E., *Teoria chaosu a rynki kapiałowe*, Wyd. WigPress, Warszawa 1997.

Ponsard C., *Rozmyte przestrzenie ekonomiczne*, w: *Ekonomiczna analiza przestrzenna*, red. C. Ponsard, Wyd. AE, Poznań 1992.

Prigogine I., *Kres pewności. Czas, chaos i nowe prawa natury*, Wyd. W.A.B. i Wyd. CIS, Warszawa 2000.

Puthuserrypady S., Kurian A.P., *Variants of Kalman Filter for the Synchronization of Chaotic Systems*, w: *Kalman Filter,* red. Vedran Kordić, May 2010, INTECH, Croatia, downloaded from SCIYO.COM.

Ravn M.O., Uhlig H., *On adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the frequency of observation*, „The Review of Economics and Statistics" 2002, t. 84, published by: University College London.

Rinne H., Specht K., *Zeitreihen. Statistische Modellierung, Schätzung und Prognose*, Verlag Franz Vahlen, München 2002.

Robinson P.M., *Long memory time series*, w: *Time Series with Long Memory*, red. P.M. Robinson, Oxford University Press, Oxford 2003.

Russell B., *Wstęp do filozofii matematyki*, Wyd. Fundacja Aletheia, Warszawa 2003.

Haykin S., *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd ed., Pearson Education, New Jersey 2009.

Schenk-Hoppe K.R., *Economic Growth and Business Cycles: A Critical Comment on Detrending Time Series*, „Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics" 2001, t. 5.

Schmidt R.O., *Multiple emitter location and signal parameter estimation*, Proc. RADC, Spectral Estimation Workshop, Rome, NY 1979 (reprint w: Kesler S.B. (red.), Modern Spectrum Analysis II, IEEE Press, New York 1986).

Schmidt R.O., *Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation*, „IEEE Trans. Antennas Propagation" 1986, t. AP-34.

Schuster G.H., *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*, WN PWN, Warszawa 1993.

Steward I., *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu*, WN PWN, Warszawa 1994.

Stewart I., *Liczby natury*, Wyd. CIS, Warszawa 1996.

Stock J.H., Watson M.W., *Business cycle fluctuations in US macroeconomic time series*, „NBER Working Paper Series" 1998, nr 6528.

Stoica P., Moses R.L., *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey 1997.

Stranneby D., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Metody, algorytmy, zastosowania*, Wyd. BTC, Warszawa 2004.
Syczewska E.M., *Analiza relacji długookresowych: estymacja i weryfikacja*, SGH w Warszawie, Warszawa 2002.
Szabatin J., *Podstawy teorii sygnałów*, WKŁ, Warszawa 2007.
Talaga L., Zieliński Z, *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa 1986.
Tandon Ch., Khursheet A., Gupta N., *Kalman Filter and its Applications*, LAP LAMBERT Academic Publishing, Saabrücken 2010.
Tempczyk M., *Teoria chaosu a filozofia*, Wyd. CIS, Warszawa 1998.
Weng Z., *An R Package for Continuous Time Autoregressive Models via Kaman Filter*, http://cran.r--project.org/web/packages/cts/vignettes/kf.pdf [23.05.2013].
Welfe A., *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, wyd. 3 zm., PWE, Warszawa 2003.
Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku*, WNT, Warszawa 1998.
Wołoszyn J., *Grafy rozmyte i możliwości ich wykorzystania w ekonomii*, Wyd. AE, Kraków 1990.
Wośko Z., *Czy filtry liniowe są przydatnymi narzędziami badania koniunktury? Analiza spektralna na przykładzie ankietowych wskaźników koniunktury*, www.ae.katowice.pl/images/user/File/katedra_ekonomii/ [23.05.2013].
Zieliński T.P., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań*, WKiŁ, Warszawa 2007.

Alteration of economic dynamics of Germany (empirical analysis of chosen real and economic data in the years 1947-2013)

Summary. Constans, analogous to physical constants in natural sciences, does not exist in economics. The immaterial nature of the subject of economics forces application of methods fundamentally different from laboratory experiments. Reinterpretation of economic processes as self-similarity processes lets challenge argumentation of the Austrian school for uniqueness and unpredictabilities of economic phenomena. The paper makes an attempt to set turning points of changes of economic dynamics. For that purpose it uses the wavelet analysis (for original data, fuzzy data and filtered data with Kalman and Hodrick–Prescott filters). Next, the spectrum analysis next allows to reveal the changes of the cyclical structures of time series and changes of their phase portraits. In processes enhancing trends (persistent process) the clear regularity rarely appears. Fuzzy original and filtered time series improves low frequencies in the examined series. It leads to construction the thesis about appearing in long memory in fuzzy series, which is not visible in conditions of not-fuzzied signal. The research constitutes the preliminary stage in the verification of the hypothesis that it is possible to relate processes of economic dynamics to non-linear chaotic systems.

Key words: Hodrick–Prescott filter, Kalman filter, fuzzy set, wavelet analysis, spectral analysis, persistent system, anti-persistent system, Hurst exponent, phase portrait