Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu
Nr 7(45)/2014

Zygmunt Przybycin

Wyższa Szkoła Bankowa we Wrocławiu

Modele wyceny projektów inwestycyjnych z wbudowaną opcją rzeczową

Streszczenie. W artykule przedstawiono zastosowania opcji rzeczowych w ocenie efektywności projektów inwestycyjnych. Podano między innymi koncepcje modeli: rozszerzenia, opóźnienia, rezygnacji i modeli sekwencyjnych. Ponadto przedstawiono koncepcję ugólnienia dwumianowego modelu wyceny opcji. Uogólnienie dotyczy przede wszystkim możliwości elastycznego doboru parametrów rynkowych, które mają istotny wpływ na proces wyceny inwestycji.

Słowa kluczowe: inwestycje kapitałowe, modele wyceny opcji, model NPV z opcją rzeczową, opcje rzeczowe, ryzyko, zarządzanie ryzykiem

Wprowadzenie

Rozważania zacznijmy od następującej definicji inwestycji: „Inwestycja jest w istocie bieżącym wyrzeczeniem dla przyszłej konsumpcji. Ale teraźniejszość jest względnie dobrze znana, natomiast przyszłość to zawsze tajemnica. Przeto inwestycja jest wyrzeczeniem się pewnego na rzecz niepewnego”[1].

W przywołanej definicji występują wszystkie istotne elementy procesu inwestowania:

– element psychologiczny (wyrzeczenie się pewnego na rzecz niepewnego),
– element czasu (cel inwestowania osiągalny w przyszłości),

[1] K. Jajuga, T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, WN PWN, Warszawa 2001.

– element niepewności (teraźniejszość jest dobrze znana, przyszłość jest zawsze tajemnicą),

– czynnik ludzki (człowiek kierując się wiedzą, intuicją, ale również emocjami podejmuje decyzje inwestycyjne).

Nadzieja, a nie pewność osiągnięcia celu inwestycji wynika z faktu, że zjawiska i procesy zachodzące w gospodarce są złożone i trudno przewidywalne, gdyż zależą od otoczenia rynkowego, czasu oraz czynnika ludzkiego. Przyjmując powyższą definicję inwestycji, musimy się zgodzić z hipotezą**: w każdej inwestycji występuje element niepewności**. Niepewność jako kategoria ekonomiczna dzieli się na: niepewność niemierzalną (niepewność sensu stricto) oraz niepewność mierzalną (ryzyko).

W przypadku niepewności mierzalnej można mówić o zarządzaniu ryzykiem. Wystarczy dysponować odpowiednim modelem, który w sposób zadowalający modeluje proces inwestowania. W literaturze, ale również w praktyce, spotyka się wiele narzędzi i metod wspomagających proces zarządzania ryzykiem inwestycyjnym. Modelami umożliwiającymi zarządzanie ryzykiem procesu inwestowania są modele dyskontowe. Dużym zainteresowaniem praktyków zajmujących się modelowaniem procesu inwestowania cieszy się metoda NPV. Niewątpliwą zaletą NPV jest jej prosta forma matematyczna oraz łatwa i czytelna interpretacja, zasadniczą wadą – statyczność względem procesu inwestowania (brak reakcji na zmieniające się warunki w trakcie procesu inwestowania). Narzędziem umożliwiającym elastyczne reagowanie na zmieniające się warunki w procesie inwestowania są opcje rzeczowe, dokładnie modele oceny projektów inwestycyjnych z wbudowaną opcją rzeczową.

1. Opcje finansowe – wybrane pojęcia

Ważną grupą instrumentów finansowych rynku kapitałowego są instrumenty pochodne. Instrumentem pochodnym, który cieszy się dużym zainteresowaniem inwestorów, są opcje finansowe. **Opcja jest instrumentem finansowym, który daje jego posiadaczowi prawo do wykonania opcji, natomiast na wystawcę opcji nakłada obowiązek jej zrealizowania, tj. dostarczenia instrumentu bazowego posiadaczowi opcji w sytuacji, gdy zechce on ją zrealizować**[2].

Ze względu na sposób realizacji opcji wyróżnia się opcje kupna oraz sprzedaży.

Opcja kupna daje jej posiadaczowi prawo do zakupu instrumentu bazowego po określonej cenie w określonym czasie, natomiast opcja sprzedaży daje takie samo prawo, ale w odniesieniu do sprzedaży instrumentu bazowego. W kontrakcie

[2] A. Weron, R. Weron, *Inżynieria finansowa*, WNT, Warszawa 1998.

opcyjnym występuje również wystawca opcji, który przyjmuje na siebie obowiązek dostarczenia instrumentu bazowego w przypadku, gdy opcja zostanie wykonana.

Opcje mogą być wystawiane na różne instrumenty bazowe, najczęściej spotyka się:

– opcje akcyjne (instrumentem bazowym jest akcja),

– opcje walutowe (instrumentem bazowym jest waluta obca),

– opcje procentowe (instrumentem bazowym jest oprocentowany papier wartościowy),

– opcje indeksowe (instrumentem bazowym jest indeks rynku).

Podstawowymi charakterystykami opcji są:

– cena wykonania (X) – jest to cena, po jakiej opcja jest wykonana, ustalona jest w momencie wystawienia opcji i nie ulega zmianie w czasie ważności opcji,

– cena instrumentu bazowego (S_t) – jest to wartość rynkowa instrumentu bazowego, na który wstawiona jest opcja,

– cena opcji (inaczej premia) (C) – jest ceną, którą płaci posiadacz opcji, cena ta kształtowana jest przez rynek,

– termin wygaśnięcia opcji (T) – jest to termin ważności opcji, po upływie którego opcja traci ważność i nie może być wykonana,

– termin wykonania opcji (t_o) – termin, w którym opcja jest wykonana.

W zależności od możliwości wykonania opcji wyróżnia się opcję amerykańską oraz opcję europejską. Opcję amerykańską można wykonać w dowolnym momencie od chwili nabycia do momentu wygaśnięcia ($t_o \leq T$), natomiast opcję europejską – tylko w momencie wygaśnięcia ($t_o = T$).

Posiadacz opcji, jak wspomniano, ma prawo do jej wykonania. Wykona opcję tylko wówczas, gdy będzie to opłacalne – decyduje relacja pomiędzy ceną wykonania a ceną instrumentu bazowego. Wyróżnia się tutaj następujące sytuacje:

– opcję opłaca się wykonać – opcja jest w cenie,

– opcji nie opłaca się wykonać – opcja nie jest w cenie,

– opcja jest neutralna – opcja jest po cenie.

Dla opcji kupna – opcja jest w cenie, gdy cena wykonania jest niższa od ceny instrumentu bazowego, w przeciwnym przypadku opcja nie jest w cenie, jeżeli natomiast cena wykonania opcji równa jest cenie instrumentu bazowego, to mówimy, że opcja jest neutralna. Dla opcji sprzedaży zachodzi przeciwna relacja pomiędzy ceną wykonania a ceną instrumentu bazowego.

Innym ważnym parametrem charakteryzującym opcje bez względu na rodzaj instrumentu bazowego jest wartość opcji.

Wartość opcji jest sumą dwóch składowych: wartości wewnętrznej oraz wartości czasowej, zwanej również wartością zewnętrzną. Wartość opcji można więc zapisać następująco:

$$W = W_w + W_t, \tag{1}$$

gdzie:

W_w – wartość wewnętrzna opcji,

W_t – wartość czasowa opcji.

Opcja ma dodatnią wartość wewnętrzną, gdy jest w cenie, w przeciwnym przypadku wartość ta równa jest zero. W szczególności dla opcji kupna wartość wewnętrzna opcji wyraża się wzorem:

$$W_w = \max\{S_t - X, 0\}, \tag{2}$$

a dla opcji sprzedaży wzorem:

$$W_w = \max\{X - S_t, 0\}. \tag{3}$$

Z zależności (1) wynika, że wartość czasowa opcji maleje do zera wraz ze zbliżaniem się terminu wykonania do terminu wygaśnięcia.

Wypada również zauważyć, iż na wartość opcji mają wpływ następujące czynniki:

– cena wykonania opcji,
– cena instrumentu bazowego,
– długość okresu ważności opcji,
– zmienność stopy zwrotu instrumentu bazowego,
– stopa wolna od ryzyka.

W przypadku opcji kupna cena wykonania oraz stopa wolna od ryzyka są destymulantami, natomiast pozostałe czynniki są stymulantami wartości opcji. W przypadku opcji sprzedaży destymulantami są: cena instrumentu pierwotnego oraz stopa wolna od ryzyka, a pozostałe czynniki stymulantami.

Wartość opcji zwana również ceną sprawiedliwą, jako wypadkowa czynników rynkowych, zmienia się w czasie ważności opcji i pokrywa się z ceną opcji tylko w przypadku, gdy rynek jest efektywny.

Wobec powyższych rozważań ważne z punktu widzenia praktyki jest w miarę precyzyjne oszacowanie wartości opcji. Porównanie jej z ceną rynkową umożliwia podejmowanie racjonalnych decyzji. Wartość sprawiedliwą opcji szacuje się wykorzystując różne modele wyceny. W opracowaniu tym ograniczymy się do modelu dwumianowego wyceny wartości opcji.

2. Uogólniony dwumianowy model wyceny opcji

Zagadnienie wyceny instrumentów pochodnych jest zagadnieniem ważnym z punktu widzenia teorii oraz praktyki i trzeba dodać, że nadal aktualnym.

Pierwsze prace z zakresu metodologii wyceny instrumentów pochodnych pokazały się w roku 1973. Były to prace: F. Blacka i M Scholesa (*The Pricing of Options*

annd Corporate Liabilities) oraz R.C. Mertona (*Theory of Rational Option Pricing*). Przedstawiono w nich koncepcję arbitrażowej wyceny instrumentów pochodnych. Arbitrażowa koncepcja wyceny na ogół realizowana jest w konwencji portfela bez ryzyka lub w konwencji replikacji. Model wyceny opcji realizowany w konwencji portfela bez ryzyka został zaproponowany w roku 1972 przez J. Coxa, M. Rubinsteina i S. Rossa – model CRR[3]. Koncepcja wyceny opcji w konwencji portfela bez ryzyka polega na takiej konstrukcji portfela posiadającego określoną ilość instrumentów bazowych oraz wystawionej opcji na ten instrument, aby był to portfel bez ryzyka.

Koncepcję portfela bez ryzyka prześledzimy na przykładzie europejskiej opcji kupna na akcję bez dywidendy.

Rozważmy portfel, który składa się z h akcji oraz wystawionej na te akcje opcji kupna, przy czym wymagamy, aby inwestycja ta była bez ryzyka. Wartość portfela w chwili początkowej równa jest:

$$hS_0 - C_0,$$

gdzie:

S_0 – cena akcji w momencie początkowym inwestycji,

C_0 – wartość europejskiej opcji kupna w momencie początkowym inwestycji.

Załóżmy dalej, że do terminu wygaśnięcia opcji pozostał jeden okres, na koniec którego cena akcji może wzrosnąć do poziomu S_u lub spaść do poziomu S_d. Zatem w terminie wykonania opcji wartość inwestycji jest odpowiednio równa:

$$V_u = hS_u - C_u, \quad \text{gdy cena akcji wzrośnie,}$$

$$V_d = hS_d - C_d, \quad \text{gdy cena akcji spadnie,}$$

przy czym wartość opcji, gdy cena akcji wzrośnie, wynosi $C_u = \max\{S_u - X, 0\}$, natomiast wartość opcji, gdy cena akcji spadnie, wynosi $C_d = \max\{S_d - X, 0\}$, gdzie X – oznacza cenę wykonania opcji.

Ponieważ założyliśmy, że inwestycja jest wolna od ryzyka, więc musi zachodzić równość:

$$V_u = V_d.$$

Z równości tej wyznaczamy współczynnik hedgingowy h

$$h = (C_u - C_d)/(S_u - S_d).$$

Współczynnik hedgingowy określa liczbę akcji w portfelu, która zabezpiecza wystawioną opcję kupna. Jeżeli ponadto założymy, że mechanizm kształtowania ceny akcji w górę i w dół jest następujący:

[3] J. Cox, M. Rubinstein, S. Ross, *Option Pricing, A Simplified Approach*, „Journal of Financial Economics" 1979, nr 7.

$$S_u = u S_0 \quad \text{oraz} \quad S_d = d S_0,$$

przy czym $u > 1 + r_f > d$ (r_f – stopa zwrotu wolna od ryzyka), co wyklucza możliwość transakcji arbitrażowej, to wówczas współczynnik hedgingowy wyraża się wzorem:

$$h = (C_u - C_d)/S_0\,(u-d). \tag{4}$$

Inwestycja bez ryzyka winna generować stopę zwrotu równą stopie zwrotu wolnej od ryzyka, zatem zachodzi następująca równość:

$$(h S_u - C_u)/(h S_0 - C_0) = 1 + r_f.$$

Wstawiając do powyższej równości współczynnik hedgingowy (4), otrzymujemy wartość euorepejskiej opcji kupna na akcję bez dywidendy

$$C_0 = [g C_u + (1 - g)\, C_d]/(1 + r_f), \tag{5}$$

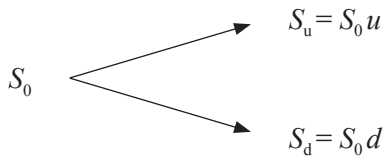
gdzie

$$g = (1 + r_f - d)/(u - d). \tag{6}$$

Wobec wcześniejszego założenia $g \in (0, 1)$, tak więc para $(g, 1-g)$ jest tak zwaną miarą arbitrażową[4].

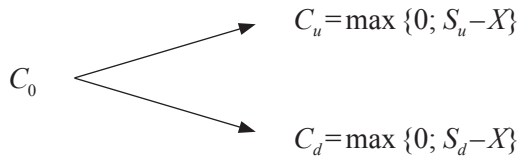
Cenę opcji wyznacza się w dwóch etapach, w pierwszym wyznacza się drzewo waloru podstawowego (akcji), a następnie drzewo opcji.

Symulację ceny akcji ilustruje rysunek 1, cenę opcji natomiast rysunek 2.



Rys. 1. Symulacja ceny akcji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 2. Symulacja ceny opcji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

[4] A. Weron, R. Weron, op. cit.

Cenę sprawiedliwą tej opcji wyznaczymy na podstawie wzorów (5) oraz (6) i wynosi ona

$$C_0 = [g\,C_u + (1-g)\,C_d]/(1+r_f).$$

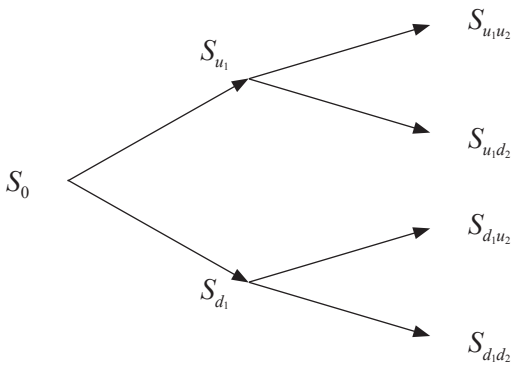
Wzór (5) określa wartość europejskiej opcji kupna w przypadku jednego okresu, jaki pozostał do terminu wygaśnięcia opcji.

Model wyceny europejskiej opcji kupna dla jednego okresu można uogólnić na przypadek n okresów, jakie pozostały do terminu wygaśnięcia opcji ($n>1$), oraz zróżnicowanych parametrów rynkowych w każdym okresie.

Zakładając, że wielkości ruchu ceny akcji w górę (u_i) oraz w dół (d_i) są znane oraz znane są stopy zwrotu wolne od ryzyka r_{fi} w każdym z okresów i, $i=1,2,\ldots,n$, stosując metodę indukcji wstecznej, konstruuje się model wyceny opcji dla n okresów, analogicznie jak w przypadku jednego okresu. Zgodnie z tą metodą wyznaczamy ceny opcji w każdym z węzłów w okresie $n-1$ według wzorów (4), (5). Podobnie postępujemy w każdym węźle okresu wcześniejszego, kończąc na okresie początkowym.

Indukcję wsteczną prześledzimy dla dwóch podokresów.

W pierwszym etapie wyznaczymy drzewo zmian wartości akcji.



Rys. 3. Symulacja ceny akcji w modelu dwuokresowym

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

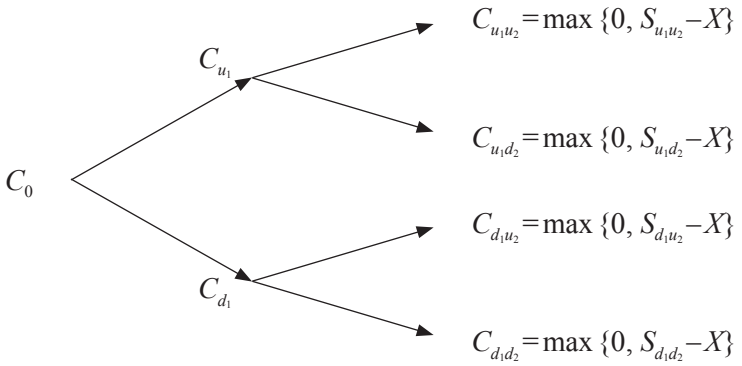
Symulację ceny opcji ilustruje rysunek 4.

Wartości opcji C_{u_1} oraz C_{d_1} wyznaczamy zgodnie z wzorami (4) i (5), otrzymując:

$$C_{u_1} = [g_2\,C_{u_1u_2} + (1-g_2)\,C_{u_1d_2}]/(1+r_{f_2}),$$

$$C_{d_1} = [g_2\,C_{d_1u_2} + (1-g_2)\,C_{d_1d_2}]/(1+r_{f_2}),$$

gdzie $g_2 = (1-r_{f_2}-d_2)/(u_2-d_2)$.



Rys. 4. Symulacja ceny opcji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Analogicznie wyznaczamy wartość opcji, otrzymując:

$$C_0 = [g_1 C_{u_1} + (1-g_1) C_{d_1}]/(1+r_{f_1}),$$

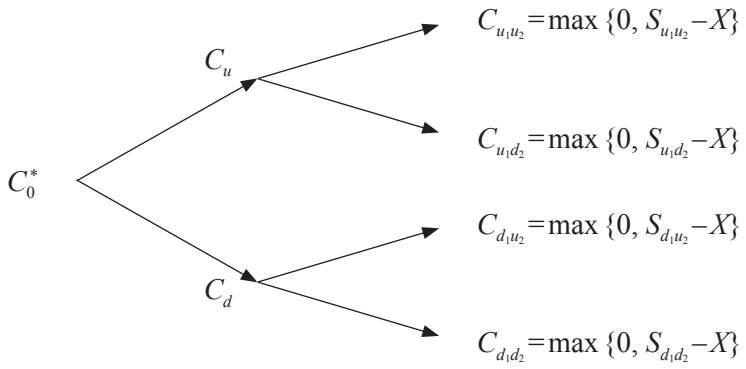
przy czym $g_1 = (1 - r_{f_1} - d_1)/(u_1 - d_1)$.

Liczba węzłów obu drzew rośnie bardzo szybko, w i-tym okresie wynosi 2^i, można ją zmniejszyć, wprowadzając dodatkowe założenia. Przyjmując, że ruchy cen akcji w górę i w dół oraz stopy zwrotu wolne od ryzyka są identyczne w każdym okresie, jaki pozostał do terminu wygaśnięcia opcji, otrzymujemy klasyczny model wyceny opcji – model CRR, w którym znacznie zmniejsza się liczba węzłów. Zaproponowany model wyceny europejskiej opcji kupna można zastosować do wyceny europejskiej opcji sprzedaży oraz opcji amerykańskiej. Do wyceny europejskiej opcji sprzedaży wystarczy w modelu wyceny opcji kupna zmienić sposób wyznaczania wartości wewnętrznej opcji w węzłach końcowych. Podobnie, model wyceny opcji europejskiej można zastosować do wyceny opcji amerykańskiej. Ponieważ zapis modelu wyceny amerykańskiej opcji dla n okresów, $n > 2$, jest złożony, zatem modyfikację modelu wyceny opcji europejskiej prześledzimy dla dwóch okresów, przy czym $C_u = \max\{C_{u_1}, S_{u_1} - X\}$, $C_d = \max\{C_{d_1}, S_{d_1} - X\}$, C_{u_1}, C_{d_1} wyznacza się zgodnie z modelem wyceny opcji europejskiej. W ostatnim okresie opcja amerykańska może przyjmować następujące wartości: $C_{u_1u_2}$, $C_{u_1d_2}$, $C_{d_1u_2}$, $C_{d_1d_2}$. Zgodnie z modelem wyceny opcji europejskiej, obliczamy wartość opcji we wszystkich węzłach poprzednich, w tym przypadku w węzłach dla pierwszego okresu, i porównujemy ją z wartością wewnętrzną, następnie wyznaczamy wartość początkową opcji, zgodnie z wzorami (4), (5). Symulację ceny opcji amerykańskiej ilustruje rysunek 5.

Ostatecznie wartość opcji w chwili początkowej równa jest:

$$C_0^* = [g_1 C_u + (1 - g_1) C_d]/(1 + r_{f_1}),$$

przy czym $g_1 = (1 - r_{f_2} - d_1)/(u_1 - d_1)$.



Rys. 5. Symulacja ceny amerykańskiej opcji kupna

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Opcja amerykańska zostanie wykonana, jeżeli jest to opłacalne. Będzie tak wówczas, gdy opcja jest w cenie i wartość wewnętrzna opcji będzie równa wartości całkowitej[5].

3. Opcje rzeczowe

Pojęcie opcji rzecowych zostało wprowadzone przez S. Myersa w roku 1977 jako narzędzie wyceny inwestycji rzeczowych, cechujących się wbudowaną elastycznością decyzyjną, umożliwiającą uczenie się w kolejnych fazach procecu inwestycyjnego.

Opcja rzeczowa daje prawo posiadaczowi opcji do dysponowania wartością przepływów pieniężnych brutto generowanych przez nieodwracalną decyzję inwestycyjną w terminie lub przed terminem wykonania opcji[6].

Opcje rzeczowe postrzegane są jako systemowe i zintegrowane podejście wyceny aktywów rzeczowych, w dynamicznym i charakteryzującym się wysokim stopniem niepewnosci otoczeniu. Znajdują zatosowania w procesach decyzyjnych, w których istnieje możliwość wyboru kierunku, rodzajów i momentów podjęcia decyzji, w szczególności w projektowaniu strategii przedsiębiorstwa, w procesach inwestycyjnych, wyceny przedsiębiorstwa, zarządzania kosztami przedsiębiorstwa.

Na zainteresowanie opcjami rzeczowymi miały wpływ:

– zakres zastosowań,

– analogia z opcjami finansowymi.

[5] W. Rogowski, *Opcje realne w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, SGH w Warszawie, Warszawa 2008.

[6] C. Hoop, S. Tsolakis, *Investment Aplications in te Shipping Industry*, An Overview Proceedings of the 8 Conference – Real Options. Theory Meets Practice, Montreal 2004.

Analogie pomiędzy opcjami finansowymi a rzeczowymi występują na poziomie podstawowych parametrów obu opcji, ilustruje je tabela 1.

Tabela 1. Analogie pomiędzy opcjami finansowymi i rzeczywistymi

Opcja finansowa	Parametr	Opcja rzeczowa
Cena instrumentu bazowego	S	Warość projektu
Cena wykonania	X	Wartość bieżąca przyszłych stumieni generowanych przez projekt
Termin wygaśnięcia	T	Termin, w jakim opcja może być zrealizowana
Stopa wolna od ryzyka	r_f	Stopa wolna od ryzyka
Ryzyko instrumentu bazowego	σ	Ryzyko projektu determinowane zmiennością strumieni pieniężnych instrumentu bazowego

Ź r ó d ł o: W. Rudny, *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wyd. AE w Katowicach, Katowice 2009.

Parametr X jest tym parametrem, na poziomie którego występuje róznica pomiędzy omawianymi opcjami. W przypadku opcji finansowych ma on charakter deterministyczny (jest określony w kotrakcie opcyjnym), natomiast w przypadku opcji rzeczowych ma charakter losowy, jako wartość przyszłych strumieni pieniężnych generowanych przez projekt. Oprócz wymienionej różnicy występują również róznice na poziomie formalnoprawnym. Opcja finansowa jest kontraktem o mocy prawnej, opcja rzeczowa natomiast nie posiada mocy prawnej, umożliwia jedynie albo aż podejmowanie racjonalnych decyzji inwestycyjnych. Instrument bazowy dla opcji finansowej występuje w obrocie publicznym, natomiast w przypadku opcji rzeczowej instrumentem tym są aktywa materialne lub niematerialne i prawne. Wskazane analogie, jak również różnice, umożliwiają zastosowanie do wyceny opcji rzeczowych modeli wyceny opcji finansowych po uprzdnim ich skategoryzowaniu.

Według W. Rudnego[7] wyróżnia się następujące kategorie opcji rzeczowych:

1. **Opcja opóźnienia** – to opcja umożliwiająca odroczenie inwestycji rzeczowej do momentu, w którym dodatkowe informacje uzasadniają podjęcie inwestycji w przyszłości. Źródłem wartości tej opcji jest redukcja ryzyka spowodowana upływem czasu oraz pozyskaniem dodatkowych informacji istotnych z punktu opłacalności inwestycji. Opcję tę modeluje się i wycenia jako europejską opcję kupna.

2. **Opcja rezygnacji** – opcja ta daje możliwość zaprzestania kontynuacji przedsięwzięcia inwestycyjnego, np. w przypadku pogorszenia się koninktury rynkowej i uzyskania w wyniku sprzedaży (majątku, praw intelektualnych) tzw. wartości rezydualnej. Źródłem wartości opcji jest redukcja ryzyka. Opcję rezygnacji modeluje się i wycenia jako amerykańską opcję sprzedaży.

[7] W. Rudny, *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wyd. AE w Katowicach, Katowice 2009.

3. **Opcja zmiany skali działania** – daje możliwość w zależności od otoczenia rynkowego zmniejszenia lub zwiększenia skali produkcji, a także zatrzymania lub uruchomienia nowego przedsięwzięcia inwestycyjnego. W przypadku zmiany skali produkcji porównuje się wartość projektu z uwzględnieniem zmian skali produkcji i bez uwzględnienia tych zmian.W szczególności rozszerzenie projektu będzie opłacalne począwszy od momentu, gdy przyrost korzyści wynikających z rozszerzenia przedsięwzięcia zrówna się z kosztami utraconych możliwości wskutek przesunięcia dezyzji w czasie. Redukcja skali produkcji generuje korzyści, jakie można osiągnąć ograniczając skalę działania, a uwolniony kapitał zaangażować w alternatywnych rentownych przedsięwzięciach.

4. **Opcja podziału na etapy (sekwencyjna opcja złożona)** – występuje wówczas, gdy istnieje możliwość podziału przedsięwzięcia na etapy, przy czym realizacja kolejnego etapu jest uzależniona od oceny opłacalności etapu poprzedniego w momencie podejmowania decyzji o realizacji tegoż etapu. Etapowe przedsięwzięcie inwestycyjne można modelować w kategoriach opcji podziału na etapy. Inwestowanie etapowe interpretowane jest jako sekwencja opcji kupna, instrumentem bazowym dla danego etapu jest wartość korzyści dla tego etapu powiększona o wartość opcyjną etapu kolejnego. Wartość wieloetapowego projektu modelowanego jako opcja złożona wzrasta, w porównaniu z projektem bez uwzględnienia podziału na etapy, ponieważ jego relizacja w etapie uwarunkowana jest pomyślnym wynikiem etapu wcześniejszego i aktualnymi informacjami o stanach otoczenia.

4. Modele NPV z wbudowaną opcją rzeczową

Dyskontowe modele oceny efektywności projektów inwestycyjnych mają zarówno wady, jak i zalety[8]. Najpoważniejszą wadą jest ich statyczny charakter (nie ma możliwości aktywnego zarządzania przedsięwzięciem inwestycyjnym po rozpoczęciu jego realizacji), nie posiadają elastyczności decyzyjnej. Okazuje się, że opcje rzeczowe posiadają tzw. elastyczność decyzyjną – stwarzają możliwość aktywnego zarządzania inwestycją, z uwzglednieniem aktualnych informacji w czasie trwania procesu inwestycyjnego.

Zastosowanie opcji rzeczowych do opisu i zarządzania przedsięwzięciem inwestycyjnym ma sens, gdy spełnione są następujące warunki:

– decyzja inwestycyjna jest nieodwracalna,
– występuje niepewność procesu inwestycyjnego,
– istnieje swoboda decyzyjna w procesie inwestycyjnym,
– strategie elastyczności menedżerskiej budowane są na wiarygodnych danych,
– menedżerowie podejmują racjonalne decyzje.

[8] Por. ibidem.

Z uwagi na zakres zastosowań, jak również prostą procedurę, modelem dyskontowym rozszerzanym o opcje rzeczowe będzie NPV z wbudowaną opcją rzeczową – $NPV^{+}O$.

Algorytm NPV z wbudowaną opcją rzeczową jest następujący:
– kategoryzacja procesu inwestycyjnego,
– określenie parametrów określających zmienność waloru bazowego,
– wyznaczenie wartości wewnętrzenej opcji rzeczowej,
– wyznaczenie wartości opcji rzeczowej,
– określenie strategii procesu inwestowania.

Rozszerzenie modelu NPV o opcję rzeczową prześledzimy na przykładzie.

Przykład. Firma informatyczna zamierza wprowadzić na rynek w ciągu trzech lat nowy produkt. Koszt inwestycji wprowadzenia nowego produktu (badania rynku, technologia, testowanie) oszacowany metodą NPV określono na poziomie 100 mln zł. Firma w zależności od koniunktury ma możliwość przerwania inwestycji i sprzedania praw własnościowych i intelektualnych (wartość rezydualna) firmie konkurencyjnej za kwotę 110 mln zł. Parametry określające zmienność waloru bazowego (koszt inwestycji) podaje tabela 2.

Tabela 2. Parametry rynkowe

Okres	Parametr		
	u_i	d_i	r_{f_i}
1	1,35	0,83	0,05
2	1,36	0,80	0,04
3	1,30	0,76	0,03

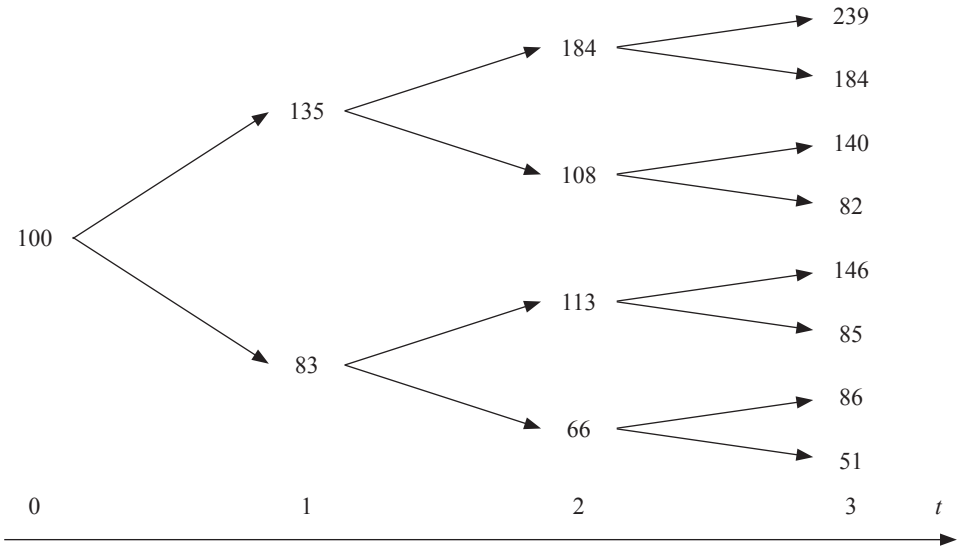
Ź r ó d ł o: dane umowne.

Z uwagi na zmienność warunków rynkowych, jak również możliwość odstąpienia od kontynuacji inwestycji, proces inwestowania można modelować za pomocą NPV z wbudowaną opcją rezygnacji. Zgodnie z podanym algorytmem w pierwszej kolejności wyznacza się wartość wewnętrzną opcji rezygnacji w każdym węźle. W celu wyznaczenia wartości wewnętrznej wskazane jest, na podstawie informacji rynkowych, wyznaczenie drzewa zmienności waloru bazowego.

Uwzględniając dane z rysunku 6, wyznacza się wartość wewnętrzną opcji rezygnacji według wzoru (3):

$$W_{w,i} = \max\{0; X - S_i\},$$

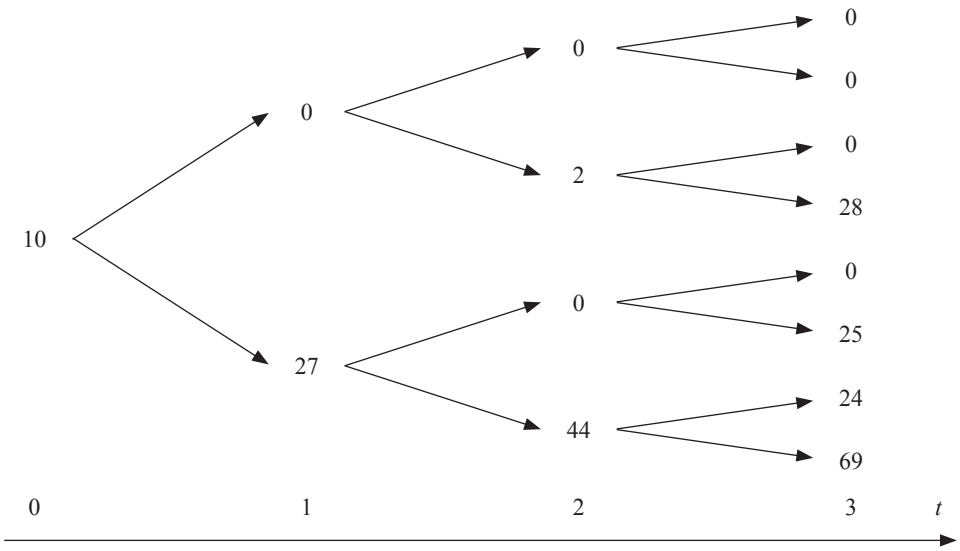
gdzie:
X – wartość rezydualna,
S_i – wartość waloru bazowego w i-tym węźle drzewa dwumianowego.



Rys. 6. Symulacja zmienności instrumentu bazowego (NPV)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Wartość wewnętrzną opcji rezygnacji podaje rysunek 7.



Rys. 7. Symulacja wartości wewnętrznej opcji rezygnacji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Wartość opcji rezygnacji wyznacza się zgodnie z wzorem:

$$C^0_{i-1} = \max\{W_{w,i-1}, C_{i-1}\}, \quad i = 1, 2, 3,$$

gdzie:

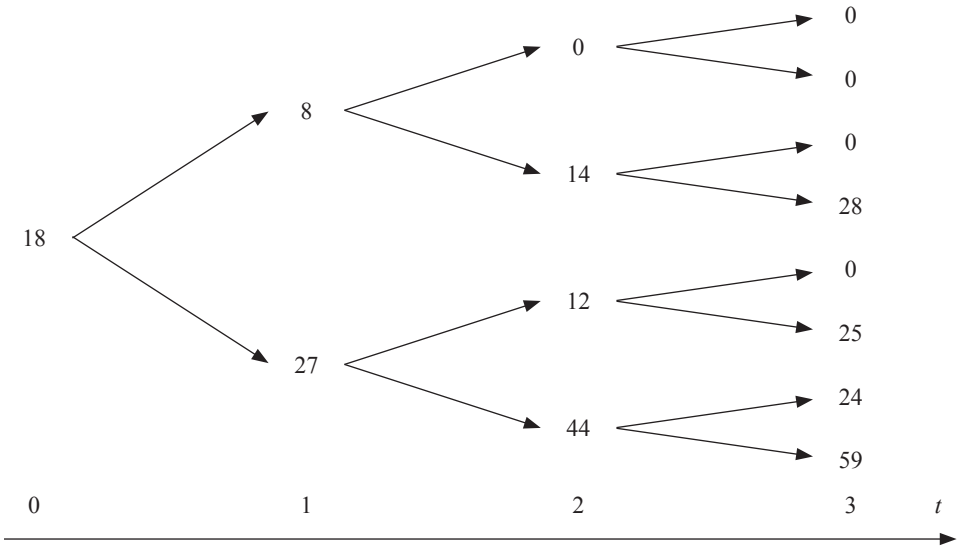
C^0_{i-1} – wartość opcji w i–1 węźle,

$$C_{i-1} = \frac{g_i C_i^u + (1-g_i) C_i^d}{1+r_{f_i}}, \quad g_i = \frac{1+r_{f_i-d_i}}{u_i - d_i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Symulację wartości opcji rezygnacji podaje rysunek 8.

Zauważmy, że w momencie podejmowania decyzji inwestycyjnej (t=0)wartość inwestycji (NPV) jest mniejsza od wartości rezydualnej, co oznacza rezygnację z przedsięwzięcia inwestycyjnego, gdyż NPV$^+$O jest od niej większa. Opcja rezygnacji zostanie wykonana tylko w przypadku, gdy opcja jest w cenie i wartość wewnętrzna będzie równa wartości opcji.

Analizując rysunki 7 i 8, można określić strategię inwestycyjną. W szczególności dla drugiego okresu opłaca się skorzystać z opcji rezygnacji tylko wtedy, gdy wartość inwestycji odnotuje dwa razy spadek. W pozostałych przypadkach inwestycję należy kontynuować.



Rys. 8. Symulacja wartości opcji rezygnacji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Podsumowanie

Zaprezentowana w opracowaniu koncepcja wyceny opcji, z uwagi na możliwość wyboru parametrów rynkowych, stwarza szanse lepszego dopasowania modelu wyceny do warunków rzeczywistych.

Uogólniony model wyceny opcji został zilustrowany na przykładzie opcji realnych, celem wskazania możliwości reagowania tego narzędzia na zmieniające się warunki otoczenia, w którym realizowana jest inwestycja. Należy w tym miejscu zaznaczyć, iż model NPV z wbudowaną opcją realną ma charakter subiektywny, a wynika to z faktu subiektywnej oceny parametrów rynkowych.

Literatura

Cox J., Rubinstein M., Ross S., *Option Pricing, A Simplified Approach*, „Journal of Financial Economics" 1979, nr 7.

Hoop C., Tsolakis S., *Investment Aplications in te Shipping Industry*, An Overview Proceedings of the 8 Conference – Real Options. Theory Meets Practice, Montreal 2004.

Jajuga K., Jajuga T., *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, WN PWN, Warszawa 2001.

Przybycin Z., *Dwumianowy model wyceny opcji w warunkach rozmytych informacji*, „Zeszyty Naukowe UE w Katowicach" 2013, nr 132.

Rogowski W., *Opcje realne w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, SGH w Warszawie, Warszawa 2008.

Rudny W., *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wyd. AE w Katowicach, Katowice 2009.

Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa*, WNT, Warszawa 1998.

Decision-making in terms of dispersed information: the options market

Summary. The article discusses and defines one of the capital market instrument: options. Particular attention was given to the valuation problem with so-called fair value of options. Namely, the binomial option pricing model is presented in two versions: classical and fuzzy. The fuzzy option pricing model is nothing else but a modification of the classical one. Moreover, the paper provides fuzzy logic concepts chosen on the grounds of their importance of use in the proposed option pricing model. The conclusion chapter shows that fuzzy option pricing model is more useful in comparison to the classical one.

Key words: capital investment, option pricing models, real options, risk management