Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej w Poznaniu
2015, t. 62, nr 5

Hermann Witte

Hochschule Osnabrück, Campus Lingen
Institut für Management und Technik
e-mail: h.witte@hs-osnabrueck.de
tel. 0049 591 80 098 222

Regionale Gleichgewichte

Inhaltsangabe. *Im Beitrag werden die drei in der Raum- und Regionalplanung häufig unterstellten geometrischen Figuren/Strukturen, der Kreis, die unvollständige Bienenwabe sowie die unvollständige quadratische Rasterung, hinsichtlich ihrer Fähigkeit regionale Gleichgewichte herzustellen, untersucht. Die Analyse zeigt diesbezüglich einen Vorteil für den Kreis und die unvollständige Bienenwabe. Regionale Gleichgewichte sind dann gegeben, wenn für alle Wirtschaftseinheiten in einer Region die wertmäßige Gleichgewichtsforderung von Walras und zudem ein mengenmäßiges Gleichgewicht verwirklicht wird. Die Verwirklichung von regionalen wertmäßigen Gleichgewichten im Sinne von Walras führt zudem zur regionalen Durchsetzung der ökonomischen Nachhaltigkeit im Sinne der Vereinten Nationen.*

Schlüsselworte: *regionale Gleichgewichte, Raumordnung, Regionalpolitik, Nachhaltigkeit, Bienenwabe*

Einleitung

Die Herstellung von Gleichgewichten ist ein Ziel aller Wissenschaftsdisziplinen. Die Ökonomie will Marktgleichgewichte erzeugen, die ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht ergeben. Da die Gesamtwirtschaft (Volkswirtschaft) u.a. in regionale Einheiten gegliedert wird, sind entsprechend Marktgleichgewichte in einer Region herzustellen, so dass alle regionalen Gleichgewichte ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht ergeben.

Die Gliederung einer Volkswirtschaft bzw. eines Wirtschaftsraumes in unterschiedliche Raumtypen bzw. Regionen hat zur Untergliederung der Wirtschaftstheorie und -politik u.a. in eine Raumordnungstheorie und -politik sowie eine Regionaltheorie und -politik geführt. Beide Bereiche verfolgen ähnliche Ziele. Trotz der Zielähnlichkeit sind Raumordnung und Regionalwirtschaft keine identischen Theorie- und Politikbereiche. Die Ziele der Raumordnung sind in der Bundesrepublik Deutschland im Raumordnungsgesetz[1] festgeschrieben. Eine Konkretisierung der Ziele und Festlegung von Maßnahmen zur Zielerreichung erfolgte im Bundesraumordnungsprogramm.[2]

Der Ursprung der Regionalwissenschaft wird in der Regel bei von Thünen[3] gesehen, der mit den Thünenschen Kreisen bzw. Ringen eine Gliederung der Wirtschaftsregion um eine Stadt vornahm. Spätere Modelle der Gliederung von Regionen wurden u.a. von Lösch[4] und Christaller[5] entwickelt. Beide Autoren sahen die Bienenwabe als Vorbild der Gliederung einer Wirtschaftsregion an. Die Bienenwabe ist ein gleichseitiges (regelmäßiges) Sechseck (Hexagon), das als ein von Natur gegebenes Gliederungsprinzip eingestuft wird. Als drittes Gliederungsprinzip für eine Wirtschaftsregion wird das Schachbrettmuster (quadratische Rasterung) angesehen. Die Kreis- und Sechseckstrukturen lassen sich vor allem in Europa als Gliederungsprinzipien für Wirtschaftsregionen aufzeigen. Die Schachbrettstruktur zeigt sich hingegen überwiegend in Nordamerika.

Alle drei Gliederungsprinzipien für die Struktur einer Wirtschaftsregion, der Ring bzw. der Kreis, das gleichseitige Sechseck (Bienenwabe) und die quadratische Rasterung (Schachbrett), sind im Folgenden hinsichtlich ihrer Fähigkeit regionale Gleichgewichte zu erwirken zu überprüfen.

---

[1] Raumordnungsgesetz (ROG) vom 22.12.2008 (BGBl. I S. 2986), das zuletzt durch Artikel 9 des Gesetzes vom 31.07.2009 (BGBl. I S. 2585) geändert worden ist, insbes. § 2 Grundsätze der Raumordnung.

[2] Raumordnungsprogramm für die großräumige Entwicklung des Bundesgebietes (Bundesraumordnungsprogramm), Schriftenreihe „Raumordnung" des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, 06.002, Bonn 1975, insbes. Punkt I. Ziele für die gesamträumliche Entwicklung des Bundesgebietes. Vgl. zu späteren Zielformulierungen u.a. Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau: Raumordnungspolitischer Orientierungsrahmen. Leitbild für die räumliche Entwicklung der Bundesrepublik Deutschland, o.O. (Bonn) 1993; Geschäftsstelle der Ministerkonferenz für Raumordnung im Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (BMVBS) (Hrsg.), *Leitbilder und Handlungsstrategien für die Raumentwicklung in Deutschland*, Berlin o.J. 2006.

[3] J.H. v. Thünen, *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*, Berlin 1990 (Rostock 1842[1], Berlin 1875[3]), insbes. S. 16-178.

[4] A. Lösch, *The Nature of Economic Regions*, „Southern Economic Journal" 1938, Vol. 5, S. 71-78, insbes. S. 72 f.; idem, *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*, 3. Aufl., Stuttgart 1962 (Jena 1940[1]), insbes. S. 70-154.

[5] W. Christaller, *Die zentralen Orte in Süddeutschland*, 2. Aufl., Darmstadt 1968 (Jena 1933[1]), insbes. S. 21 ff.

1. Ein regionales Gleichgewicht auf der Basis der Thünenschen Kreise/Ringe

Die Thünenschen Kreise/Ringe zeigen eine regionale Struktur der Landnutzung. Es wird ein idealtypisches Modell dargestellt. Im Mittelpunkt der Ringe liegt eine Stadt. Der Raum um die Stadt ist isoliert. Das heißt der Raum ist von der Welt abgeschlossen. Einen Zugang zur restlichen Welt gibt es nicht. Der Raum um die Stadt ist eine homogene Ebene. Die Stadt beliefert den Raum mit Industriegütern. Die Stadt ist hingegen Absatzgebiet für die im Raum erzeugten Agrarprodukte. Die Höhe der Transportkosten ist proportional zur Entfernung zwischen Angebot und Nachfrage sowie dem Gewicht der Güter. Zudem bestimmen das Volumen und die Verderblichkeit der Produkte die Höhe der Transportkosten. Es wird Gewinnmaximierung unterstellt.

Unter den genannten Bedingungen bilden sich Landnutzungsringe um die Stadt. Im ersten Ring wird Gemüseanbau betrieben. Im zweiten Ring wird Forstwirtschaft zur Nutzholzgewinnung durchgeführt. Im dritten Ring erfolgt intensiver Ackerbau mit wechselnder Fruchtfolge. Der vierte Ring dient der Weidewirtschaft mit dem Schwerpunkt der Milchproduktion. Im fünften Ring wird Dreifelderwirtschaft betrieben. Im sechsten Ring erfolgt schließlich eine extensive Viehhaltung.

Im unterstellten Idealfall einer homogenen Ebene bilden sich die Anbauflächen in Form von Kreisen bzw. Ringen. Unter realen Bedingungen ergeben sich deutlich vom Kreis/Ring abweichende, nicht einheitlich klassifizierbare Formen für die Anbauflächen.[6]

Das Modell der Thünenschen Kreise/Ringe ist nur für den Idealfall einzuschätzen, da sich in realen Fällen nicht vorhersehbare Strukturen ergeben. Der Ring bzw. der Kreis ist keine geometrische Figur, die eine flächendeckende Erschließung einer Region ermöglicht. Bei der Bildung und Aneinanderreihung von Kreisen verbleiben immer unerschlossene Flächen. Zudem kennt das Idealmodell von Thünen keine geplanten Verkehrswege. Die von „Natur gegebenen“ Verkehrswege – im realistischen Modell von Thünen ein Fluss – haben einen erkennbar verzerrenden Einfluss auf die Struktur der Ringe.

Das Modell von Thünen ist allerdings geeignet, um Marktgleichgewichte herzustellen. Lediglich die Annahme der Gewinnmaximierung dürfte eventuell auffindbare Gleichgewichte wieder zerstören.

Um ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht für das Thünen-Modell zu erzeugen, sind Marktgleichgewichte für die in den sechs Ringen produzierten Agrarprodukte und für die in der Stadt hergestellten Industrieprodukte zu postulieren. Die Marktgleichgewichte sind mengen- und wertmäßig zu formulieren.

---

[6] J.H. v. Thünen, op. cit., S. 273.

Die mengenmäßigen Gleichgewichte sind gegeben, wenn für alle Güter die Angebotsmenge gleich der Nachfragemenge ist. Die wertmäßigen Gleichgewichte liegen vor, wenn für alle Wirtschaftseinheiten die Erlöse gleich den Kosten bzw. die Einnahmen gleich den Ausgaben sind.

Liegen für alle betrachteten Güter mengen- und wertmäßige Gleichgewichte vor, so bestehen für alle sechs Ringe mengen- und wertmäßige Gleichgewichte. Folglich ist die gesamte Wirtschaft in einem mengen- und wertmäßigen Gleichgewicht. Es liegt ein gesamtwirtschaftliches Gleichgewicht vor.

Das Modell der Thünenschen Ringe zeigt sich somit zwar nicht als geometrische Idealform. Es ist aber durchaus eine Basis, um mengen- und wertmäßige Gleichgewichte herzustellen.

Zur Beurteilung der Kreisstruktur werden ausgewählte Kriterien herangezogen (vgl. Tab. 2 und 1). Da die Kreisstruktur nicht nur beurteilt, sondern auch mit der Bienenwabenstruktur und der quadratischen Rasterstruktur verglichen werden soll, ist eine Basis für den Vergleich zu finden. Die Vergleichsbasis ergibt sich aus dem Umkreis der verschiedenen Strukturen bzw. geometrischen Figuren. Es wird unterstellt, dass der Umkreis für alle Strukturen den gleichen Radius ($r = 10$) hat und die gleiche Anzahl (sechs) Knoten auf dem Umkreis liegen. Zudem wird der Mittelpunkt als Knoten interpretiert. Insgesamt gibt es somit sieben Knoten.

Die Kreis- bzw. Ringstruktur hat den Nachteil, dass durch Aneinanderreihung von Kreisen keine Flächendeckung hergestellt werden kann. Es verbleiben immer freie Flächen, die nicht durch die Figur erschlossen werden. Für die Bildung von Wirtschaftsräumen und den Bau von Gebäuden ist dies ein deutlicher Nachteil, da für mehrere Gebäude mehr Baufläche benötigt wird als bei den anderen diskutierten Figuren. Kreisförmige Gebäude (Silos) werden häufig für die Lagerung von Gütern (Erdöl u.a.) gebaut, bei denen aus Sicherheitsgründen eine Freifläche zwischen den Gebäuden bestehen muss. Eine Erweiterung der Lagerfläche durch Anbau ist bei dieser Form von Gebäuden nicht möglich. Es ist bei Erweiterungsbedarf stets ein neues Gebäude zu erstellen.

In der Bewertung gemäß Tab. 1 liegt der Kreis im Vergleich mit der unvollständigen Bienenwabe und der unvollständigen quadratischen Rasterung auf Rangplatz 2. Die einzelnen Bewertungen sind aus Tab. 2 zu entnehmen. Neben den in den Tabellen ausgewiesen Kriterien sollen die drei unterschiedlichen Strukturen noch hinsichtlich der Möglichkeiten einen Hamilton-Kreis, einen Hamilton-Weg, einen Euler-Kreis und einen Euler-Weg zu finden, beurteilt werden. Zudem soll auf die Länge der Wege bei zufallsbedingter Wegewahl und den maximalen Umweg Bezug genommen werden. Insbesondere diese Merkmale einer Struktur sind für Unternehmen von Bedeutung, die die Graphen bzw. Netze für die Durchführung von Transporten benutzen. Die Unternehmen müssen in den Graphen/Netzen optimale Routen und Touren finden.

Von einem Hamilton-Kreis[7] spricht man, wenn es in einem Graphen einen geschlossenen Kreis gibt, der jeden Knoten genau einmal enthält. Im Kreis mit sechs Knoten auf dem Umkreis und einem Knoten im Mittelpunkt gibt es keinen Hamilton-Kreis, weil es aufgrund des Mittelpunktknotens nicht möglich ist, einen geschlossenen Kreis zu bilden, der alle Knoten genau einmal enthält.

Ein Hamilton-Weg liegt dann vor, wenn es eine Kantenfolge (einen Weg) über die Kanten eines Graphen gibt, auf dem alle Knoten genau einmal aufgesucht werden. Im Kreis mit sechs Knoten auf dem Umkreis und einem Knoten im Mittelpunkt gibt es mehrere Hamilton-Wege. Man kann den Weg auf einem beliebigen Knoten auf dem Umkreis aber auch im Mittelpunktknoten starten und gelangt stets wieder zum Ausgangsknoten nachdem alle anderen Knoten genau einmal aufgesucht wurden. Der unterstellte Kreis mit Mittelpunkt ist als semihamiltonsch zu bezeichnen, weil er Hamilton-Wege aber keinen Hamilton-Kreis zulässt.

Ein Euler-Kreis liegt vor, wenn es in einem Graphen einen Zyklus gibt, der alle Kanten genau einmal enthält. Anders als beim Hamilton-Kreis liegt für die Ermittlung eines Euler-Kreises ein Prüfkriterium vor. Ein Graph hat einen Euler-Kreis, wenn er zusammenhängend ist und alle Knoten geraden Grades sind. Der dargestellte Kreis hat sieben Knoten. Davon sind sechs Knoten dritten Grades und ein Knoten ist sechsten Grades. Es gibt also sechs Knoten ungeraden Grades und einen geraden Grades, d.h. der Kreis hat keinen Euler-Kreis.

Ein Euler-Weg liegt dann vor, wenn es in einem Graphen eine Kantenfolge gibt, die alle Kanten genau einmal enthält. Es wird in diesem Fall, anders als beim Euler-Kreis bzw. einem Zyklus, nicht die Identität von Start- und Endknoten vorausgesetzt. Als Prüfkriterium gilt: es liegt ein Euler-Weg vor, wenn der Graph zwei oder keinen Knoten ungeraden Grades hat. Da der Kreis sechs Knoten ungeraden Grades aufweist, existiert auch kein Euler-Weg. Der Kreis ist somit nicht eulersch.

Um die Wegelänge bei zufallsbedingter Wegewahl zu prüfen, wird unterstellt es wären im unterstellten Kreis 10 Wege zu wählen. Bei zufälliger Wegewahl liegt die Summe aller 10 Wege (SW_{10}) zwischen 10 r ($r = 10$; $SW_{10} = 100$) und 10[1/6 (2 πr)] ($r = 10$; $SW_{10} = 104{,}733$). Die eventuell zu machenden Umwege UW liegen zwischen $UW = r + 1/6\ (2\pi r)$ (für $r = 10 \rightarrow UW = 10{,}473$) und $UW = 2\ r + 1/6\ (2\ \pi r)$ (für $r = 10 \rightarrow UW = 20{,}946$).

2. Regionale Gleichgewichte auf der Basis der Bienenwabenstruktur

Die Bienenwabenstruktur (regelmäßiges (gleichseitiges) Sechseck bzw. Hexagon) wird als optimale Form eingeschätzt. Die Bienenwabenstruktur ist in der

[7] R. Rauscher, *Ein neuer Ansatz zur Ermittlung von Hamiltonkreisen in verallgemeinerten Petersenschen Graphen P (n, k)*, Berlin 2014, S. 4.

Natur sehr häufig zu beobachten. So sollen wildlebende Tiere ihre Reviere in dieser Form abgrenzen. Auch Kristalle aus verschiedenen Materialien weisen diese Form auf.

Die Bienenwabe wird als besonders stabile Bauweise eingestuft, die zudem mit der minimalen Menge Wachs gebaut wird. Anders als Ringe bzw. Kreise lassen sich Bienenwaben flächendeckend aneinanderreihen. Es galt lange Zeit die Bienenwabenvermutung (Kepler-Vermutung), dass die Bienenwabe die beste Raumausnutzung garantiert. Der Beweis gelang erst Hales[8] im Jahr 1993. Daraus ergeben sich der geringste Raumbedarf und die geringste Menge an Baumaterial.

Die Bienenwabe hat einige Eigenschaften, die für die Regionalplanung von Bedeutung sind. Die Bienenwabe ist die geometrische Figur mit der größten (sechs) Anzahl an Ecken, die durch Aneinanderreihung mehrerer Bienenwaben flächendeckend ist. Das Dreieck und das Viereck sind bei Aneinanderreihung ebenfalls flächendeckend. Allerdings ist bei gleich großem Umkreis die Fläche einer Bienenwabe größer als die eines Drei- bzw. Vierecks. Zudem sind in der unvollständigen Bienenwabe alle außen liegenden und alle innen liegenden zum Mittelpunkt führenden Kanten[9] gleich lang. In der vollständigen Bienenwabe sind alle innen liegenden nicht durch den Mittelpunkt führenden Kanten zwar auch gleich lang, aber länger als die zum Mittelpunkt gehenden Kanten (vgl. Anhang 2 und 3).

Die Länge aller Kanten ist in der Bienenwabe kürzer als in Vielecken mit mehr als sechs Ecken und gleich großem Umkreis. In Vielecken mit weniger Ecken ist die Länge der Kanten bei gleich großem Umkreis zwar kürzer. Dafür ist aber die erschlossene Fläche kleiner. Da sich die Bienenwabe (gleichseitiges Sechseck) aus Dreiecken und auch aus der Kombination von Drei- und Vierecken zusammensetzen lässt, haben diese Kombinationen von Dreiecken und von Drei- und Vierecken bei gleichem Umkreis die gleiche Fläche wie die Bienenwabe und auch die gleiche Länge aller Kanten. Die Summe der außen liegenden Kanten ist kürzer als beim Kreis mit gleichem Radius, da die Kanten geradlinige Verbindungen sind. Beim Kreis sind die außen liegenden Verbindungen Bögen, also gekrümmt und folglich länger. Die außen liegenden Kanten der Bienenwabe zeichnen sich daher im Vergleich zum Kreis durch geringeren Baumaterialverbrauch, geringere Baukosten, kürzere Bauzeit und geringere Wegezeiten aus.

Die Vermutung, dass die Summe aller Kanten in der Bienenwabe am kürzesten ist, kann nicht bestätigt werden. Die Bienenwabe hat diesbezüglich keine Vorteile. Für die Erschließung einer Region ergeben sich aus diesem Argument somit keine Präferenzen für die Anwendung der Bienenwabe. Ungeachtet dieser

[8] T. Hales, *The Honeycomb Conjecture*, URL: www.communitycommons.org/wp-content/bp-attachments/14268/honey,pdf [12.01.2015].

[9] Unter einer Kante wird die direkte Verbindung von zwei Knoten verstanden. Ein Weg besteht in der Regel aus einer Folge von Kanten. Ein Weg weist im Minimum eine Kante auf.

Erkenntnis wird die Bienenwabe aber aufgrund der oben genannten Vorteile von vielen Raum-, Regional- und Verkehrsplanern als anzuwendendes Modell diskutiert. Autoren, die sich mit der Bienenwabe auseinandersetzen sind u.a. Lösch[10] und Christaller.[11]

In den Modellen der Raum-, Regional- und Verkehrsplanung wird der Mittelpunkt der Bienenwabe als zentraler Hauptort definiert. Die Knoten auf den außen liegenden Kanten werden als zentrale Orte niedrigerer Kategorie interpretiert. Die Kanten werden als Verkehrswege aufgefasst. In der Regel werden nur die Außenkanten und die zum Mittelpunkt führenden Kanten berücksichtigt. Es liegt eine unvollständige Bienenwabe vor. Die Kanten sind dann anders als bei der vollständigen Bienenwabe alle gleich lang (s.o.). Die zum Mittelpunkt führenden Kanten sind die Hauptverkehrswege, die sternenförmig verlaufen. Die Außenkanten bilden die Verbindungen zwischen den Hauptverkehrswegen und sichern die Erschließung der Region. Durch den Anbau von weiteren sechs Bienenwaben entstehen Fortführungen der Hauptverkehrswege und neue Verbindungen, so dass genau wie bei den Thünenschen Ringen weitere Außenbereiche von dem ersten zentralen Hauptort entstehen. Allerdings entstehen jetzt keine Ringe, sondern Sechsecke.

In der Realität sind Strukturen der beschriebenen Art sehr häufig zu beobachten. In vielen Städten verlaufen die Hauptverkehrswege strahlenförmig durch den Mittelpunkt der Stadt. Zudem gibt es Verbindungen, um die Erschließung und Erreichbarkeit der Stadtgebiete zwischen den Hauptverkehrswegen herzustellen. Diese Strukturen sind in der Regel bis in das Umland der Städte zu erkennen.[12]

Die Vorteile der Bienenwabenstruktur wurden bereits oben genannt. Ein Nachteil gegenüber der quadratischen Rasterung ist die Notwendigkeit bei Erweiterungen der Struktur immer genau eine ganze Wabe anzubauen. Insbesondere bei Häusern, Lagerhallen und ähnlichen Gebäuden ergeben sich eventuell Schwierigkeiten, da ein Wachstum um genau eine ganze Wabe (um 100%) nicht immer mit dem Wirtschaftswachstum parallel geht und zur Ineffizienz führen kann.

Die Bienenwabe ist genau wie der Kreis bzw. der Ring geeignet, um regionale Gleichgewichte durchzusetzen. Der Mittelpunkt der Wabe, der zentrale Hauptort, kann wirtschaftlich so ausgelegt werden, dass ein mengen- und wertmäßiges Gleichgewicht mit den zentralen Orten niedrigerer Kategorie auf den außen liegenden Kanten der Wabe hergestellt wird.

Einen Hamilton-Kreis gibt es bei der unvollständigen Bienenwabe nicht. Es zieht das gleiche Argument wie beim Kreis mit Mittelpunktknoten.

---

[10] A. Lösch, *The Nature of Economic Regions*, op. cit., S. 71-78, insbes. S. 72 f.; idem, *Die räumliche Ordnung*..., op. cit., S. 75-81.

[11] W. Christaller, op. cit., S. 63-85.

[12] Ibidem.

Hamilton-Wege kann man hingegen mehrere finden. Der Start kann an jedem beliebigen Knoten erfolgen. Es ist immer möglich alle Knoten über die vorhandenen Kanten genau einmal aufzusuchen. Auch die unvollständige Bienenwabe ist semihamiltonsch, da nur Hamilton-Wege aber kein Hamilton-Kreis gefunden werden kann.

Entsprechend dem Kreis hat auch die unvollständige Bienenwabe keinen Euler-Kreis und keinen Euler-Weg, da die gleiche Anzahl von Knoten mit der gleichen Einschätzung als geraden und ungeraden Grades besteht. Die unvollständige Bienenwabe ist also nicht eulersch.

Zur Überprüfung der Wegelänge bei zufallsbedingter Wegewahl wird wiederum auf das beim Kreis herangezogene Beispiel zurückgegriffen. Da in der unvollständigen Bienenwabe die Kanten alle gleich lang sind, gilt stets, dass die Summe aller 10 Kanten (Wege mit nur einer Kante) SW gleich 10 r ($r = 10$; $SW_{10} = 100$) ist. Die eventuellen Umwege UW in der unvollständigen Bienenwabe liegen zwischen $UW = r$ ($r = 10$; $UW = 10$) und $UW = 2\ r$ ($r = 10$; $UW = 20$).

Da alle Kanten gleich lang sind, ist die Wegewahl bzw. die unterstellte Verteilung für die Wegewahl in der unvollständigen Bienenwabe egal. Es bedarf folglich für die Wegewahl keiner Überlegung. Es existiert kein eigentliches Entscheidungsproblem, keine echte Wegewahl und keine zeitliche Verzögerung aufgrund einer Entscheidungszeit. Es gibt folglich keine falsche Wahl, keine Umwege aufgrund der Wegewahl und keinen Zeitverlust. Jede Wegewahl ist genauso gut bzw. schlecht wie alle anderen Möglichkeiten der Wegewahl. Dies ist ein deutlicher Vorteil der unvollständigen Bienenwabe gegenüber anderen Strukturen bei unfreier (aufgezwungener) Wegewahl aufgrund von Kapazitätsbegrenzungen, Staus, Einbahnstraßenverkehr u.a. Allerdings setzt die zufällige Wegewahl voraus, dass es keinen festen Start- und Zielknoten geben darf. Das ist eine Voraussetzung, die in der Raum-, Regional- und Verkehrsplanung eher nicht gegeben ist, da durchzuführende Transporte in der Regel feste Start- und Zielknoten haben. In der Natur (z.B. für wildlebende Tiere, den Bienenstaat) könnte die Voraussetzung durchaus gegeben sein. Ein Nachweis durch Naturwissenschaftler wäre notwendig und wünschenswert.

3. Regionale Gleichgewichte auf der Basis der quadratischen Rasterung

Die dritte regionale Struktur für die Gestaltung eines Wirtschaftsraumes ist die quadratische Rasterung, die auch als Schachbrettstruktur bezeichnet wird. Geht man von einem Kreis mit dem gleichen Radius wie bei den Thünenschen Ringen und der Bienenwabe aus, so wird in diesen Kreis ein Quadrat gelegt. Es liegen somit vier Knoten auf dem Umkreis und es gibt vier außen liegende

Kanten. Diese Kanten sind alle gleich lang. Um zu einer Schachbrettstruktur zu gelangen, sind in gleichem Abstand (beliebig viele) Knoten auf den Kanten zu bilden und miteinander zu verbinden. Dadurch entstehen viele Knoten und Kanten. Nur bei symmetrischer Teilung (Rasterung) sind alle Kanten gleich lang. Bei unsymmetrischer bzw. unvollständiger Rasterung ist dies nicht der Fall. Es gibt lange und kurze Kanten. Die Wege zwischen zwei auf außen liegenden Kanten, aber nicht direkt gegenüber angesiedelten Knoten, verlaufen jetzt über Abzweigungen an innen liegenden Knoten und können um ein Vielfaches länger sein. Maximal können diese Wege doppelt so lang sein wie eine Außenkante. Durch die Möglichkeit sehr viele Knoten und Kanten zu bilden, kann die quadratische Rasterstruktur nur mit dem Kreis und der Bienenwabe verglichen werden, wenn für alle Strukturen von der gleichen Anzahl von Knoten und Kanten ausgegangen wird und alle Strukturen durch den Mittelpunkt verlaufende Kanten aufweisen. Die quadratische Rasterung muss daher für den Vergleich unvollständig bleiben. Es dürfen nur sechs außen liegende Knoten bestehen. Zudem gilt der Mittelpunkt als Knoten. Um die Zahl von sechs außen liegenden Knoten zu erreichen, darf es nur eine Unterteilung des Quadrats geben. Nur auf zwei gegenüberliegenden Seiten darf je ein weiterer Knoten gebildet werden. Die beiden Knoten müssen in der Mitte der beiden Kanten angesiedelt werden und sind durch den Mittelpunkt zu verbinden.

Die quadratische Rasterung hat einen deutlichen Nachteil gegenüber dem Kreis und der Bienenwabe. Der Weg zwischen zwei auf dem Umkreis direkt gegenüberliegenden Knoten ist wesentlich länger, da es keine direkte Verbindung (Luftlinienverbindung) gibt. Die Verbindungen/Fahrten gehen über rechtwinkelige Wegeverläufe. Die Anzahl der zu überwindenden rechtwinkeligen Abbiegungen richtet sich nach dem Feinheitsgrad der Rasterung. Dadurch erhöht sich auch die Fahrzeit zwischen den Knoten. Dies ist in der Realität ein noch größerer Nachteil, da an den Kreuzungen bei rechtwinkeligen Wegeverläufen in der Regel Wartezeiten aufgrund von abbiegendem und kreuzendem Verkehr, Ampeln, Fahrrad- und Fußgängerüberquerungen entstehen. Die quadratische Rasterung hat allerdings auch den Vorteil, dass eine Vielzahl von Verkehrswegen geschaffen werden kann, die nicht durch den Mittelpunkt gehen. Beim Kreis und bei der unvollständigen Bienenwabe gehen alle Hauptverkehrswege stets durch den Mittelpunkt. In der Realität kommt es daher ab einem entsprechend hohen Verkehrsaufkommen zu kaum vermeidbaren Staus im Mittelpunkt (Zentrum).

Die Herstellung von regionalen Gleichgewichten ist bei der quadratischen Rasterung nicht so eindeutig möglich wie beim Kreis und der unvollständigen Bienenwabe, da die Kanten (Verkehrswege) nicht alle durch den Mittelpunkt verlaufen. Es ist folglich nicht eindeutig, welcher Knoten für die Bildung eines Zentrums höchster Rangordnung als Ausgangspunkt für die Herstellung eines Gleichgewichts herangezogen werden soll. Es kann durchaus mehrere Zentren geben.

Für quadratische und rechteckige Gebäude gelten die gleichen Nachteile hinsichtlich des innerbetrieblichen bzw. innerhäusigen Verkehrs. Allerdings hat diese Gebäudeform bei Erweiterungen einen Vorteil. Es können Erweiterungen bzw. Anbauten entsprechend dem tatsächlichen Wachstum vorgenommen werden. Es muss nicht wie bei kreis- und wabenförmigen Gebäuden eine Erweiterung um eine ganze Einheit (100%) erfolgen.

Für die unvollständige quadratische Rasterung lässt sich kein Hamilton-Kreis bilden. Auch in diesem Fall zieht das Argument des Mittelpunktknotens.

Ein Hamilton-Weg ist ebenfalls nicht zu finden. Die quadratische Rasterung ist somit als nicht hamiltonsch zu charakterisieren.

Die dargestellte quadratische Rasterung weist sieben Knoten auf. Davon sind fünf Knoten geraden Grades und zwei Knoten ungeraden Grades. Es gibt folglich keinen Euler-Kreis aber einen Euler-Weg. Die dargestellte quadratische Rasterung ist als semieulersch zu bezeichnen. Bei zufallsbedingter Wegewahl ergibt sich für das gewählte Beispiel von 10 zufällig zu wählenden Wegen eine Länge aller 10 Wege zwischen 10 ($2\,r\,\sqrt{2}$) ($r = 10$; $SW_{10} = 282{,}84$) und 10 [6 ($1/2\,r\,\sqrt{2}$)] ($r = 10$; $SW_{10} = 424{,}264$). Die eventuellen Umwege UW liegen zwischen $UW = r\,\sqrt{2} + ½\,r\,\sqrt{2}$ ($r = 10$; $UW = 14{,}142$) und $UW = r\,\sqrt{2} + ½\,r\,\sqrt{2} + ½\,r\,\sqrt{2}$ ($r = 10$; $UW = 28{,}284$).

Tabelle 1. Bewertung der Kreis-, unvollständigen Bienenwaben- und unvollständigen quadratischen Rasterstruktur anhand ausgewählter Kriterien gemäß Rangplätzen

Bewertungskriterium	Kreis/ Ring	Unvollständige Bienenwabe	Unvollständiges quadratisches Raster
Erschlossene Fläche	1	2	3
Flächendeckende Erschließung	3	1	1
Gleiche Länge aller Kanten	2	1	3
Summe Länge aller Kanten	3	2	1
Summe Länge aller Wege bei zufälliger Wegewahl	2	1	3
Weg zwischen gegenüberliegenden Knoten	1	1	3
Zeit zwischen gegenüberliegenden Knoten	1	1	3
Erweiterungsmöglichkeit	3	2	1
Menge Baumaterial für Länge der Kanten/Wege	3	2	1
Eignung zur Herstellung regionaler mengen- und wertmäßiger Gleichgewichte	1	1	2
Summe der Rangplätze	20	14	21
Rangplatz insgesamt	2	1	3

Quelle: eigene Darstellung nach Tab. 2, 4 und 5.

4. Die Erzeugung nachhaltiger regionaler Gleichgewichte

Die Vereinten Nationen propagieren seit Veröffentlichung des Brundtland-Berichts[13] die Durchsetzung eines weltweiten nachhaltigen Entwicklungsprozesses. Die Nachhaltigkeit setzt sich aus drei Komponenten zusammen: der sozialen, der ökologischen und der ökonomischen Nachhaltigkeit. In diesem Rahmen ist vor allem die ökonomische Nachhaltigkeit von Bedeutung. Die Durchsetzung der ökonomischen Nachhaltigkeit fordert den Abbau des Unterschieds von „Arm" und „Reich". Diese Forderung kann nur in einem Prozess durchgesetzt werden, der auf der untersten Ebene, den einzelnen Wirtschaftseinheiten, beginnt. Wenn sich alle Wirtschaftseinheiten ökonomisch nachhaltig verhalten, dann ist die ökonomische Nachhaltigkeit auch für alle in der Hierarchie über diesen Wirtschaftseinheiten liegenden von Menschen konstruierten Einheiten, wie Märkte, Branchen, Sektoren, Regionen und den Gesamtmarkt, gegeben. Die ökonomische Nachhaltigkeit ist also in einem „bottom-up-approach" zu verwirklichen. Ein „top-down-approach" kann nicht garantieren, dass die Verwirklichung der ökonomischen Nachhaltigkeit für die Einheit mit der höchsten Hierarchiestufe auch zu einer Verwirklichung der ökonomischen Nachhaltigkeit auf den rangniedrigeren Hierarchiestufen führt.

Wie sich gezeigt hat, ist die ökonomische Nachhaltigkeit dann gegeben, wenn die Wirtschaftseinheiten die Erlöse (Einnahmen) vollständig in Kosten (Ausgaben) umwandeln.[14] Diese Erkenntnis entspricht den Formulierungen von Walras für wertmäßige ökonomische Gleichgewichte.[15] Es sind zwei Schlussfolgerungen gegeben: (1) Walras formuliert wertmäßige ökonomische Gleichgewichte als „bottum-up-approach" und nicht wie es in vielen anderen Gleichgewichtsmodellen erfolgt als „top-down-approach" sowie (2) die ökonomische Nachhaltigkeit ist gegeben, wenn ein wertmäßiges ökonomisches Gleichgewicht im Sinne von Walras vorliegt.

Damit sind zwei weitere Schlussfolgerungen möglich: (1) die ökonomische Nachhaltigkeit ist gegeben, wenn die Wirtschaftseinheiten keine Wertschöpfung erzielen und (2) ein regionales Gleichgewicht ist verwirklicht, wenn die ökonomische Nachhaltigkeit für alle Wirtschaftseinheiten und zudem ein mengenmäßiges Gleichgewicht in der Region durchgesetzt ist.

Hinsichtlich der Durchsetzung eines aus drei Komponenten bestehenden nachhaltigen Entwicklungsprozesses kann noch die Schlussfolgerung gezogen

---

[13] *Unsere gemeinsame Zukunft. Der Brundtland-Bericht*, hrsg. von V. Hauff, Greven 1987.

[14] H. Witte, *Die nachhaltige Marktwirtschaft. Wohlstand ohne „self-made" Krisen?*, Berlin 2013, S. 124-143.

[15] L. Walras, *Éléments d´économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, Lausanne – Paris – Basel 1874, insbes, S. 112-125, 144, 245-251.

werden, dass die Durchsetzung der ökonomischen Nachhaltigkeit die Voraussetzung für die Durchsetzung der sozialen und der ökologischen Nachhaltigkeit ist, da die Wirtschaftseinheiten ohne die Anwendung der Wertschöpfungsmaximierungsstrategie keinen wirtschaftlichen Druck bzw. Wettbewerbsdruck (bzw. keine entsprechende Argumentation) haben und sich problemlos sozial sowie ökologisch nachhaltig verhalten können.

Fazit

Die Analyse der drei grundsätzlichen geometrischen Figuren/Strukturen, des Kreises, der unvollständigen Bienenwabe sowie der unvollständigen quadratischen Rasterung, hat gezeigt, dass sich die Graphen, Figuren bzw. Strukturen unterschiedlich gut eignen, um regionale Gleichgewichte zu verwirklichen. Der Kreis und die unvollständige Bienenwabe bieten diesbezüglich einen Vorteil. Die Durchsetzung regionaler Gleichgewichte ist gegeben, wenn für alle Wirtschaftseinheiten in einer Region die Gleichgewichtsforderung von Walras in einem „bottom-up-approach“ und zudem ein mengenmäßiges Gleichgewicht verwirklicht wird. Ein „top-down-approach“ garantiert keine Verwirklichung von ökonomischen Gleichgewichten auf den niedrigeren Hierarchiestufen der Gliederung einer Volkswirtschaft. Mit der Verwirklichung von regionalen Gleichgewichten im Sinne von Walras ist auch die ökonomische Nachhaltigkeit in der Region gegeben. Zudem wird der Verwirklichung der beiden anderen Komponenten der Nachhaltigkeit, der sozialen und der ökologischen Nachhaltigkeit, Vorschub geleistet. Diese Erkenntnis ergibt sich aus der Tatsache, dass ohne Wertschöpfungsmaximierungsstrategie sozial und ökologisch nachhaltiges Verhalten problemos möglich ist.

Auch die Eignung für die Planung von Routen und Touren ist unterschiedlich gut. Gemäß den subjektiv ausgewählten Bewertungskriterien liegt die unvollständige Bienenwabe auf Rangplatz 1. Es folgt auf Rangplatz zwei der Kreis. Die unvollständige quadratische Rasterung wurde auf Rangplatz drei eingeordnet.

Literaturhinweise

Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, Raumordnungspolitischer Orientierungsrahmen. Leitbild für die räumliche Entwicklung der Bundesrepublik Deutschland, o.O. Bonn 1993.

Christaller W., *Die zentralen Orte in Süddeutschland*, 2. Aufl., Darmstadt 1968 (Jena 1933[1]).

Geschäftsstelle der Ministerkonferenz für Raumordnung im Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (BMVBS) (Hrsg.), *Leitbilder und Handlungsstrategien für die Raumentwicklung in Deutschland*, Berlin o.J. 2006.

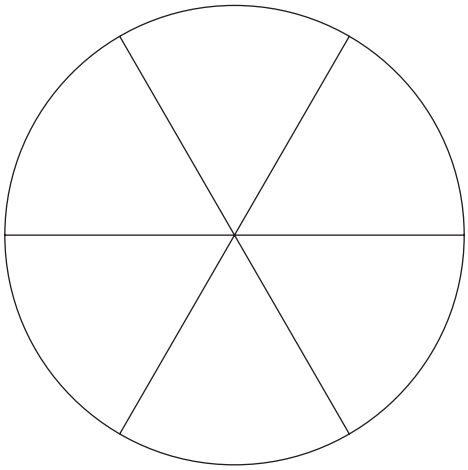
Hales T., *The Honeycomb Conjecture*, www.communitycommons.org/wp-content/bp-attachments/14268/honey,pdf [12.01.2015].
Isard W., *The General Theory of Location and Space-Economy*, „The Quarterly Journal of Economics" 1949, Vol. 63, S. 476-506.
Lösch A., *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*, 3. Aufl., Stuttgart 1962 (Jena 1940[1]).
Lösch A., *The Nature of Economic Regions*, „Southern Economic Journal" 1938, Vol. 5, S. 71-78.
Raumordnungsgesetz (ROG) vom 22.12.2008 (BGBl. I S. 2986), das zuletzt durch Artikel 9 des Gesetzes vom 31.07.2009 (BGBl. I S. 2585) geändert worden ist.
Raumordnungsprogramm für die großräumige Entwicklung des Bundesgebietes (Bundesraumordnungsprogramm), Schriftenreihe „Raumordnung" des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, 06.002, Bonn 1975.
Rauscher R., *Ein neuer Ansatz zur Ermittlung von Hamiltonkreisen in verallgemeinerten Petersenschen Graphen P (n, k)*, Berlin 2014.
Thünen J.H. v., *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie*, Berlin 1990 (Rostock 1842[1], Berlin 1875[3]).
Unsere gemeinsame Zukunft. Der Brundtland-Bericht, hrsg. von V. Hauff, Greven 1987.
Walras L., *Éléments d´économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, Lausanne – Paris – Basel 1874.
Witte H., *Die nachhaltige Marktwirtschaft. Wohlstand ohne „self-made" Krisen?*, Berlin 2013.

Regional Equillibrium

Abstract. *By analyzing three basic graphs, geometric figures of respective structures, the circle, the incomplete honeycomb, and the incomplete quadratic raster/grid, we found out that these figures/structures are different in the realization of regional equilibria. It was found that the circle and the incomplete honeycomb have an advantage. Regional equilibria are realized when the equilibrium condition formulated by Walras is given in a "bottom-up-approach." In addition, a quantitative equilibrium must be given. The "top-down-approach" cannot guarantee that economic equilibria will be realized on the lower levels of the regional subdivision of a national economy. The realization of regional equilibria in the sense of Walras also leads to the realization of economic sustainability in the region. Furthermore, the realization of the economic sustainability gives incentives to realize the two other components of sustainability: the social and the ecological sustainability. This is possible because the economic units have no stress to act socialy and ecologicaly without the strategy of maximizing the value added. The mentioned figures/structures are also quite different for planning routes and tours. Through the subjective evaluation criteria the incomplete honeycomb is found to be placed first, followed by the circle and the incomplete quadratic raster/grid.*

Keywords: *regional equilibrium, area planning, regional policy, sustainability, honeycomb*

Anhang 1. Das Kreis-/Ringmodell (r = 10)



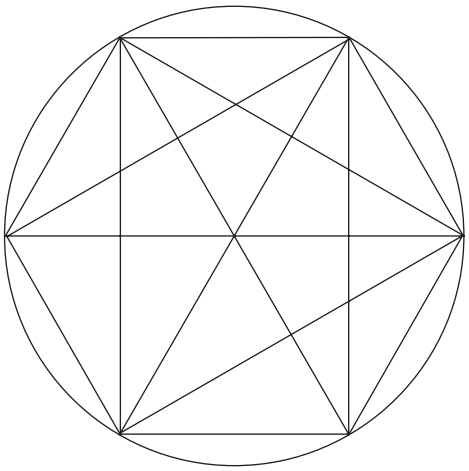
Quelle: eigene Darstellung.

Tabelle 2. Kriterien zur Beurteilung der Kreisstruktur

Kriterien	Berechnungsformel	Werte
Erschlossene Fläche F	$F = \pi r2$	$F = 3{,}142 \times 100 = 314{,}2$
Flächendeckende Erschließung		nein
Gleiche Länge aller Kanten	r und 1/6 (2 πr)	nein, nur zum Teil
Summe Länge aller Kanten K	$K = 6\,r + 2\,\pi r$ mit $\pi = 3{,}142$	$K = 60 + 62{,}84 = 122{,}84$
Summe Länge aller Wege bei zufälliger Wegewahl	10 r bis 10[1/6 (2 πr)]	$SW_{10} = 100$ bis 104,733
Weg zwischen gegenüberliegenden Knoten	2 r	20
Zeit zwischen gegenüberliegenden Knoten	2 r durch km/h; für km/h = 20	1
Erweiterungsmöglichkeit		nur ganze Einheit
Menge Baumaterial		für Weglänge von 122,84
Anzahl der Knoten	6 Außenknoten + 1 Mittelpunkt	7
Anzahl der Kanten	6 Kanten + 6 Bögen	12

Quelle: eigene Berechnungen.

Anhang 2. Das vollständige Bienenwabenmodell ($r = 10$)



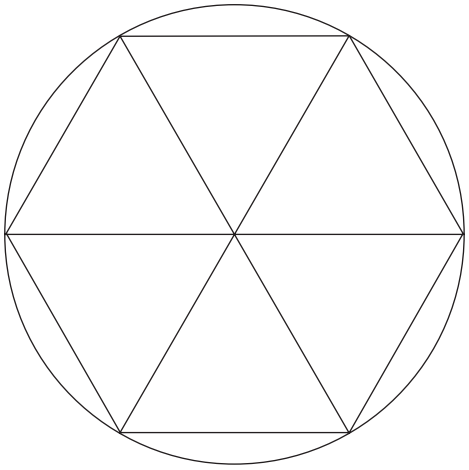
Quelle: eigene Darstellung.

Tabelle 3. Kriterien zur Beurteilung der vollständigen Bienenwabenstruktur

Kriterien	Berechnungsformel	Werte
Erschlossene Fläche F	$F = 2{,}5981 \times r$	$F = 259{,}81$
Flächendeckende Erschließung		ja
Gleiche Länge aller Kanten	r und r √ 5	nein, nur zum Teil
Summe Länge aller Kanten K	$K = 12\,r + 6\,r$ √5	$K = 120 + 134{,}164 = 254{,}164$
Summe Länge aller Wege bei zufälliger Wegewahl	10 (12 r) bis 10(6 r √5)	$SW_{10} = 1.200$ bis 1.341,64
Weg zwischen gegenüberliegenden Knoten	2 r	20
Zeit zwischen gegenüberliegenden Knoten	2 r durch km/h; für km/h = 20	1
Erweiterungsmöglichkeit		nur ganze Wabe
Menge Baumaterial		für Weglänge von 254,164
Anzahl der Knoten	6 Außenknoten + 1 Mittelpunkt	7
Anzahl der Kanten	12 + 6	18

Quelle: eigene Berechnungen.

Anhang 3. Das unvollständige Bienenwabenmodell ($r = 10$)



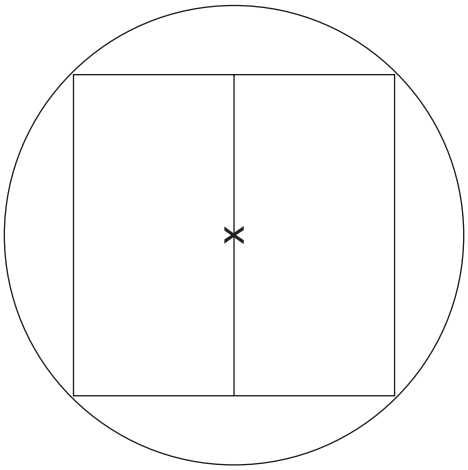
Quelle: eigene Darstellung.

Tabelle 4. Kriterien zur Beurteilung der unvollständigen Bienenwabenstruktur

Kriterien	Berechnungsformel	Werte
Erschlossene Fläche F	$F = 2{,}5981 \times r$	$F = 259{,}81$
Flächendeckende Erschließung		ja
Gleiche Länge aller Kanten	r	ja; $r = 10$
Summe Länge aller Kanten K	$K = 12\ r$	$K = 120$
Summe Länge aller Wege bei zufälliger Wegewahl	$10\ r$	$SW_{10} = 100$
Weg zwischen gegenüberliegenden Knoten	$2\ r$	20
Zeit zwischen gegenüberliegenden Knoten	$2\ r$ durch km/h; für km/h = 20	1
Erweiterungsmöglichkeit		nur ganze Wabe
Menge Baumaterial		für Weglänge von 120
Anzahl der Knoten	6 Außenknoten + 1 Mittelpunkt	7
Anzahl der Kanten	12 gleich lange Kanten	12

Quelle: eigene Berechnungen.

Anhang 4. Das Modell der (unvollständigen) quadratischen Rasterung (r = 10)



Quelle: eigene Darstellung.

Tabelle 5. Kriterien zur Beurteilung der quadratischen Rasterstruktur

Kriterien	Berechnungsformel	Werte
Erschlossene Fläche F	$F = r\sqrt{2} \times r\sqrt{2}$	$F = 199{,}99$
Flächendeckende Erschließung		ja
Gleiche Länge aller Kanten	$r\sqrt{2}$ und $1/2\ r\sqrt{2}$	nein, nur zum Teil
Summe Länge aller Kanten K	$K = 2\ r\sqrt{2} + 6\ (1/2\ r\sqrt{2})$	$K = 28{,}284 + 42{,}426 = 70{,}71$
Summe Länge aller Wege bei zufälliger Wegewahl	10 ($2\ r\sqrt{2}$) bis 10 [6 ($1/2\ r\sqrt{2}$)]	$SW_{10} = 282{,}84$ bis $424{,}264$
Weg zwischen gegenüberliegenden Knoten	$2\ r\sqrt{2}$	28,284
Zeit zwischen gegenüberliegenden Knoten	$2\ r\sqrt{2}$ durch km/h; für km/h = 20	1,414
Erweiterungsmöglichkeit		beliebig, nach Bedarf
Menge Baumaterial		für Weglänge von 70,71
Anzahl der Knoten	6 Außenknoten + 1 Mittelpunkt	7
Anzahl der Kanten	2 lange + 6 kurze Kanten	8

Quelle: eigene Berechnungen.